

# **Modelovanie vplyvov turbulentného prúdenia na optický zväzok v priestore**

## **Modeling of Turbulent Flow Influence on the Optical Beam in the Space**

## Zadání diplomové práce

Student:

**Bc. Tomáš Socha**

Studijní program:

N2647 Informační a komunikační technologie

Studijní obor:

2601T013 Telekomunikační technika

Téma:

**Modelování vlivů turbulentního proudění na optický svazek v prostoru**  
**Modeling of Turbulent Flow Influence on the Optical Beam in the Space**

Zásady pro vypracování:

Cílem diplomové práce bude numerické modelování problematiky vlivu turbulentního proudění na optický svazek, který se bude šířit v ohraničeném prostoru. K matematickému modelování je nutné nastudovat popis turbulentního proudění a k tomu určený matematický model. Ten bude poté rovněž použit i pro zavedení okrajových podmínek do softwarové aplikace. V rámci modelování turbulentního proudění v uzavřeném boxu budou vypočítány modely pro několik variant šíření turbulencí v uzavřeném boxu. Zároveň budou modelovány různé varianty postupu výpočtu turbulentního proudění v laboratorním boxu a ty budou porovnány pomocí statistických metod. K modelování Gaussovského optického svazku je nutné nastudovat popis světla v podobě vlnových rovnic a k tomu určený matematický aparát.

1. Prostudujte teorii laminárního a turbulentního proudění v atmosféře.
2. Vytvořte numerický model experimentálního uspořádání pro měření vlivu turbulencí v uzavřeném boxu.
3. Vytvořte numerický model experimentálního uspořádání pro měření vlivu turbulentního proudění v laboratorním boxu s přestupem tepla.
4. Zhotovte zjednodušený numerický model Gaussovského optického svazku v softwarové aplikaci a analyzujte jeho vlastnosti.

Seznam doporučené odborné literatury:

- [1] SALEH, B. E. A. *Základy fotoniky*. Praha: Matfyzpress, 1995. ISBN 80-85863-00-6
- [2] WILFERT, O., KOLKA, Z. *Statistical model of free-space optical data link*. In: Proc. of The International Symposium on Optical Science and Technology. Conference 5550. Denver: SPIE. 2004, p. 203-213.
- [3] KOMRSKA, J. *Vlnová optika. Část Difrakce světla. Vlnová optika. Část Difrakce světla*. Brno: CERM, s.r.o. Brno, 2004. s. 1-160. ISBN: 80-214-2822- 8.
- [4] SVĚTLÍK, J. Simple Methods for the Measurement of Laser Beam Parameters. *Applied Optics*. June 1974, vol. 13, no. 6, p. 1276 - 1278.
- [5] WILFERT, O. *Optoelektronika*. Elektronické skriptum. Brno: FEKT VUT v Brně, 2008.
- [6] ANDREWS, L., PHILLIPS, R., HOPEN, C. *Laser Beam Scintillation with Applications*. Washington: SPIE Press, 2001.
- [7] SHIRAI, T.; DOGARIU, A.; WOLF, E. *Directionality of some model beams propagating in atmospheric turbulence*. Optics Letters, 2003, Vol. 28, No. 8, pp. 610-612. ISSN 0146-9592.
- [8] HENNIGER, H.; WILFERT, O. *An Introduction to Free-space Optical Communications*. Radioengineering. 2011, Vol. 19, No. 2, pp. 203-212. ISSN 1210-2512.
- [9] ANDREWS, L., C.; PHILLIPS, R., L.; HOPEN, C., Y.; ALHABASH, M., A. *Theory of optical scintillation*. Journal of the Optical Society of America A. 1999, Vol. 16, No. 6, p. 1417 – 1429. ISSN



0740-3232.

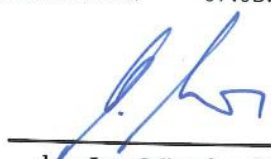
- [10] RICKLIN, J., C.; DAVIDSON, F., M. *Atmospheric turbulence effects on a partially coherent Gaussian beam: Implications for free-space laser communication*. Journal of the Optical Society of America A: Optics and Image Science, and Vision, 2002, Vol. 19, No 9, pp. 1794-1802. ISSN 1084-7529.
- [11] KOZUBKOVÁ, Milada. *Modelování proudění tekutin: FLUENT, CFX*. 1. vyd. Ostrava: Vysoká škola báňská – Technická Univerzita Ostrava, 2008. 153 s.
- [12] BLEJCHAŘ, Tomáš. *Turbulence - Modelování proudění - CFX*. 1. vyd. Ostrava: Vysoká škola báňská – Technická Univerzita Ostrava, 2010. 262 s. ISBN 978-80-248-2606-6.

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Jan Látal**

Datum zadání: 01.09.2014

Datum odevzdání: 07.05.2015



doc. Ing. Miroslav Vozňák, Ph.D.  
vedoucí katedry



prof. RNDr. Václav Snášel, CSc.  
děkan fakulty


Súhlasím s uverejnením tejto diplomovej práce podľa čl. 26, odst. 9 Študentského a skúšobného rádu pre štúdium v magisterských programoch VŠB-TU Ostrava.

V Ostrave 6. mája 2015

.....  


Prehlasujem, že som túto diplomovú prácu vypracoval samostatne. Uviedol som všetky literárne pramene a publikácie, z ktorých som čerpal.

V Ostrave 6. mája 2015

.....  


Rád by som poďakoval Ing. Janovi Látalovi za odbornú pomoc a konzultácie pri vytváraní tejto diplomovej práce. Ďalej by som chcel poďakovať Ing. Mariánovi Bojkovi Ph.D. za jeho pomoc pri práci a konzultácie. Taktiež by som chcel poďakovať Ing. Lukášovi Hájkovi a Ing. Alešovi Vanderkovi za poskytnutú pomoc.

## **Abstrakt**

Táto diplomová práca sa zaoberá problematikou atmosferických turbulencií na šírenie optického zväzku vo voľnom priestore. Preto bolo potrebné naštudovať danú problematiku turbulentného prúdenia v atmosfére. Následne boli vytvorené numerické modely turbulentných simulácií vo výpočtovom programe ANSYS Fluent 15 na základe reálnych meraní. Boli vytvorené simulácie mechanickej a termickej turbulencie v laboratórnom boxe. Následne boli porovnané jednotlivé modely s reálnymi nameranými hodnotami. Posledná časť diplomovej práce sa zaoberá vplyvom turbulencií na Gaussovský zväzok. Bol meraný vplyv mechanických a termických trubulencií. V úplnom závere bol nasimulovaný prechod zväzku cez plexisklo a sklo. Ďalšie modely sa zaoberali prechodom Gaussovského zväzku cez dve plexisklá, ktoré mali simulovať laboratórny box.

**Kľúčové slova:** ANSYS Fluent, turbulencie, atmosféra, prúdenie, Gaussovský zväzok

## **Abstract**

This thesis is about issues of atmospheric turbulence on diffusion of the optical beam in the free space. Therefore it was needed to learn the issues of turbulence flowing in atmosphere. After that numerical models of the turbulence simulations were made in ANSYS Fluent 15 on the basis of real measurement. Simulations of mechanical and thermal turbulence were made in laboratory box. After that each model were compared with real measured values. The last part of the thesis is about how turbulent influence Gaussian beam. Influence of mechanical and thermal turbulence was measured. In the last part of the thesis were simulated transition of the beam through plexiglass and glass. The next models were about transition Gaussian beam through two plexiglass which simulate laboratory box.

**Keywords:** ANSYS Fluent, turbulence, atmosphere, flow, Gaussian beam

## Zoznam použitých skratiek a symbolov

$A$	– Komplexná obálka monochromatickej vlny
$ABCD$	– Prenosová matica
$a$	– Amplitúda optickej vlny
$C_T^2$	– [ $\text{deg}^{22} \cdot \text{m}^{-2/3}$ ] - Štruktúrny parameter teploty
$C_n^2$	– [ $\text{m}^{-2/3}$ ] - Štruktúrny parameter indexu lomu
$C_v^2$	– [ $\text{m}^{4/3} \cdot \text{s}^{-2}$ ] - Štruktúrny parameter rýchlosti
$c$	– [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ] - Rýchlosť svetla v prostredí
$c_0$	– [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ] - Rýchlosť svetla vo vákuu
$DNS$	– Direct Numerical Simulation - Priama numerická simulácia
$D_{RR}(\mathbf{R})$	– Štruktúrna funkcia rýchlosti
$D_T(\mathbf{R})$	– Štruktúrna funkcia teploty
$D_\phi(r)$	– Štruktúrna funkcia fázy
$d$	– [ $\text{m}$ ] - Priemer
$EM$	– Elektromagnetic - Elektromagnetická
$FEM$	– Finite element method - Metóda konečných prvkov
$f$	– [ $\text{Hz}$ ] - Frekvencia
$HFSS$	– High frequency structural simulator - Simulátor pre vysoké frekvencie
$I$	– [ $\text{W} \cdot \text{cm}^2$ ] - Optická intenzita
$I$	– [%] - Turbulentná intenzita
$k$	– [ $\text{m}^{-1}$ ] - Vlnové číslo
$L_0$	– [ $\text{m}$ ] - Veľkosť najväčších turbulentných vírov
$LES$	– Large Eddy Simulation - Simulácia veľkých vírov
$l_0$	– [ $\text{m}$ ] - Veľkosť najmenších turbulentných vírov
$N$	– [ $\text{cm}^3$ ] - Počet molekúl
$n$	– [-] - Index lomu
$n(r)$	– [-] - Index lomu nehomogenného prostredia
$P$	– [ $\text{W}$ ] - Optický výkon
$Q_m$	– [ $\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$ ] - Hmotnostný prietok
$q(z)$	– [ $\text{m}$ ] - Komplexný parameter Gaussovského zväzku
$R$	– [ $\text{m}$ ] - Polomer krivosti
$RANS$	– Reynolds Averaged Navier-Stokes - Metóda časového stredovania

$RNG$	– Re-Normalisation Group - Re-normalizácia skupín
$Re$	– Reynoldsovo číslo
$R(z)$	– $[m]$ - Polomer krivosti gaussovského zväzku
$r_0$	– Fiedov parameter
$\mathbf{r}$	– $[m]$ - Polohový vektor
$S$	– $[m^2]$ - Plocha
$SST$	– Shear-Stress Transport - Transportný model šmykových napätí
$S_{dv}$	– $[m^2]$ - Veľkosť dostupného výkonu (plocha)
$t$	– $[s]$ - Čas
$U(\mathbf{r})$	– Komplexná amplitúda monochromatickej optickej vlny
$U(\mathbf{r}, t)$	– Komplexná vlnová funkcia optického vlnenia
$u(\mathbf{r}, t)$	– Vlnová funkcia optického vlnenia
$V_{dv}$	– $[m^3]$ - Veľkosť dostupného výkonu (objem)
$V_m$	– $[m]$ - Meteorologická viditeľnosť
$v$	– $[m \cdot s^{-1}]$ - Rýchlosť prúdenia vzduchu
$W_0$	– $[m]$ - Polomer maximálneho zúženia Gaussovského zväzku
$W(z)$	– $[m]$ - Pološírka zväzku
$x$	– $[m]$ - Polohová súradnica
$y$	– $[m]$ - Polohová súradnica
$y_i$	– Reálne dáta
$\hat{y}_i$	– Simulované dáta
$\bar{y}_i$	– Priemer reálnych hodnôt
$z_0$	– $[m]$ - Rayleighova vzdialenosť
$z$	– $[nm]$ - Axiálna vzdialenosť od krčku
$\alpha_{(\lambda)}$	– $[dB]$ - Koeficient útlmu
$\Delta^2$	– $[-]$ - Laplasov operátor
$\varepsilon_0$	– $[F \cdot m^{-1}]$ - Elektrická permitivita vákua
$\varepsilon$	– $[F \cdot m^{-1}]$ - Elektrická permitivita
$\zeta(z)$	– - Fázové spomalenie na ose Gaussovského zväzku
$\theta$	– $[^\circ]$ - Uhol divergencie zväzku
$\lambda$	– $[m]$ - Vlnová dĺžka
$\mu_0$	– $[H \cdot m^{-1}]$ - Magnetická permeabilita vákua
$\mu$	– $[H \cdot m^{-1}]$ - Magnetická permeabilita
$\nu$	– $[m^2 \cdot s^{-1}]$ - Kinematická viskozita
$\xi$	– Vazebná konštanta pri štvorvlnovom zmiešavaní
$\rho$	– $[m^{-1}]$ - Optická stačanlivosť opticky aktívneho prostredia
$\rho$	– $[kg \cdot m^{-3}]$ - Hustota
$\sigma_I^2$	– Relatívna variácia optickej intenzity
$\varphi$	– - Fáza

$\omega$  –  $[rad \cdot s^{-1}]$  - Uhlová frekvencia

## Zoznam tabuliek

4.1	Niekoľko molekulárnych plynov a ich objemový podiel v atmosfére . . . .	22
4.2	Veľkosť a koncentrácia častíc v atmosfére [4] . . . . .	24
4.3	Kimov model koeficientu $q$ . . . . .	29
4.4	Jednotlivé útlmy atmosféry v závislosti na počasí [8] . . . . .	30
6.1	Základné hodnoty konštánt [3] . . . . .	42
6.2	Základné hodnoty konštánt pre RNG model [3] . . . . .	43
6.3	Základné hodnoty konštánt pre Realizable model [3] . . . . .	44
7.1	Jednotlivé rýchlosti prúdenia vzduchu na vstupoch a výstupoch . . . . .	53
7.2	Jednotlivé hodnoty . . . . .	54
7.3	Jednotlivé hodnoty . . . . .	55
7.4	Jednotlivé hodnoty . . . . .	55
7.5	Porovnanie jednotlivých priemerov rýchlosti prúdenia v rovinách, rýchlosti sú v $[m \cdot s^{-1}]$ . . . . .	65
7.6	Jednotlivé koeficienty metódy MSE . . . . .	66
7.7	Jednotlivé koeficienty metódy NSE . . . . .	66
7.8	Jednotlivé koeficienty metódy MSE . . . . .	68
7.9	Jednotlivé koeficienty metódy NSE . . . . .	69
7.10	Jednotlivé koeficienty metódy MSE . . . . .	71
7.11	Jednotlivé koeficienty metódy NSE . . . . .	71
7.12	Jednotlivé koeficienty metódy MSE . . . . .	73
7.13	Jednotlivé koeficienty metódy NSE . . . . .	73
7.14	Jednotlivé koeficienty metódy MSE . . . . .	75
7.15	Jednotlivé koeficienty metódy NSE . . . . .	75
7.16	Smerodajné odchýlky merania bez turbulencií (referenčné hodnoty) a ich zhodnotenie . . . . .	95
7.17	Smerodajné odchýlky mechanických turbulencií a ich zhodnotenie . . . .	97
7.18	Smerodajné odchýlky termických turbulencií a ich zhodnotenie . . . . .	99
7.19	Jednotlivé permitivity a permbeability materiálov v programe HFSS . . .	102



## Zoznam obrázkov

2.1	Dĺžka optickej dráhy medzi dvoma bodmi A, B [1] . . . . .	3
2.2	Lom a odraz svetla na dvoch prostrediach . . . . .	3
2.3	Vlnová funkcia $u(t)$ je harmonickou funkciou času v danom $r$ [1] . . . . .	5
2.4	a) komplexná amplitúda $U = ae^{(j\varphi)}$ je v čase konštantný fázor, b) komplexná vlnová funkcia je fázor rotujúci uhlovou rýchlosťou $\omega = 2\pi\nu$ . . . . .	6
2.5	Rovinná vlna šíriaca sa v smere $z$ predstavuje periodickú funkciu $z$ s priestorovou periódou $\lambda$ a periodickou funkciou $t$ s časovou periódou $1/\nu$ [1] . . . . .	7
2.6	Sférická vlna [1] . . . . .	8
2.7	Sférická vlna môže postupne aproximovať na parabolickú a rovinnú vlnu [1] . . . . .	8
2.8	Paraxiálna vlna. a) Veľkosť a amplitúda. b) Vlnoplochy a normály k vlnoplochám [1] . . . . .	9
3.1	Gaussov zväzok[1] . . . . .	12
3.2	Ohnisková hĺbka Gaussovského zväzku [1] . . . . .	14
3.3	Fáza Gaussovského zväzku [1] . . . . .	15
3.4	Polomer krivosti $R(z)$ vlnoploch Gaussovského zväzku [1] . . . . .	16
3.5	Gaussovský zväzok pri prechode šošovkou[1] . . . . .	17
3.6	Odraz Gaussovského zväzku s polomerom krivosti $R_1$ od zrkadla s polomerom krivosti $R$ : a) $R = \infty$ , b) $R_1 = \infty$ , c) $R_1 = -R$ . Čiarkované čiary odpovedajú nahradeniu zrkadla šošovkou s ohniskovou vzdialenosťou $f = -R/2$ [1] . . . . .	19
3.7	Prenosová optická sústava zložená z viacerých optických prvkov [1] . . . . .	21
4.1	Teplotný profil atmosféry . . . . .	24
4.2	Fyzikálne vlastnosti atmosferických aerosólov . . . . .	25
4.3	Priepustnosť atmosféry [8] . . . . .	26
4.4	Rayleighov rozptyl . . . . .	27
4.5	Mieov rozptyl . . . . .	27
5.1	Laminárne, turbulentné a vírové prúdenie . . . . .	31
5.2	Kaskádny prenos turbulentného prúdenia . . . . .	32
5.3	Vplyv veľkosti turbulencie na šírenie zväzku . . . . .	36
5.4	Vplyv veľkosti turbulencie na šírenie zväzku . . . . .	36
5.5	Vplyv veľkosti turbulencie na šírenie zväzku . . . . .	36
5.6	Fluktuácia prijatého optického signálu a medzný prípad fluktuácie . . . . .	37
7.1	Deväť meraných rovín po 5 cm v 9 hladinách, na obrázku sú vyobrazené len štatisticky hodnotené roviny . . . . .	47
7.2	Rýchlosť prúdenia vzduchu v rovine XZ1 . . . . .	47
7.3	Rýchlosť prúdenia vzduchu v rovine XZ2 . . . . .	48
7.4	Rýchlosť prúdenia vzduchu: a) v rovine YZ3, b) v rovine YZ2, c) v rovine YZ1 . . . . .	48
7.5	Rýchlosť prúdenia vzduchu a) ventilátor VL, b) ventilátor VS, c) výstup V1 . . . . .	48
7.6	Rýchlosť prúdenia vzduchu a) ventilátor VP, b) ventilátor VH, c) výstup V2 . . . . .	49
7.7	Rýchlosti prúdenia vzduchu v rovine XZ1 . . . . .	49
7.8	Rýchlosti prúdenia vzduchu v rovine XZ2 . . . . .	50

## ZOZNAM OBRÁZKOV

---

7.9	Rýchlosti prúdenia vzduchu v rovine YZ1 . . . . .	50
7.10	Geometrický model boxu . . . . .	51
7.11	Výpočtová sieť . . . . .	52
7.12	Okrajové podmienky ľavého ventilátoru . . . . .	55
7.13	V pravo prúdenie zo zatočením, v ľavo prúdenie bez zatočenia . . . . .	56
7.14	Rýchlosti prúdenia jednotlivými rovinami . . . . .	56
7.15	Rýchlostný profil v rovine XZ1 . . . . .	57
7.16	Rýchlostný profil v rovine XZ2 . . . . .	57
7.17	Rýchlostný profil v rovinách YZ1, YZ2 a YZ3 . . . . .	57
7.18	Rýchlosti prúdenia jednotlivými rovinami . . . . .	58
7.19	Rýchlostný profil v rovine XZ1 . . . . .	58
7.20	Rýchlostný profil v rovine XZ2 . . . . .	59
7.21	Rýchlostný profil v rovinách YZ1, YZ2 a YZ3 . . . . .	59
7.22	Rýchlosti prúdenia jednotlivými rovinami . . . . .	59
7.23	Rýchlostný profil v rovine XZ1 . . . . .	60
7.24	Rýchlostný profil v rovine XZ2 . . . . .	60
7.25	Rýchlostný profil v rovinách YZ1, YZ2 a YZ3 . . . . .	60
7.26	Rýchlosti prúdenia jednotlivými rovinami . . . . .	61
7.27	Rýchlostný profil v rovine XZ1 . . . . .	61
7.28	Rýchlostný profil v rovine XZ2 . . . . .	62
7.29	Rýchlostný profil v rovinách YZ1, YZ2 a YZ3 . . . . .	62
7.30	Rýchlosti prúdenia jednotlivými rovinami . . . . .	63
7.31	Rýchlostný profil v rovine XZ1 . . . . .	63
7.32	Rýchlostný profil v rovine XZ2 . . . . .	63
7.33	Rýchlostný profil v rovinách YZ1, YZ2 a YZ3 . . . . .	64
7.34	Porovnanie jednotlivých modelov s reálnymi hodnotami v hladine 5 cm .	67
7.35	Porovnanie jednotlivých modelov s reálnymi hodnotami v hladine 25 cm .	67
7.36	Porovnanie jednotlivých modelov s reálnymi hodnotami v hladine 45 cm .	68
7.37	Porovnanie jednotlivých modelov s reálnymi hodnotami v hladine 5 cm .	69
7.38	Porovnanie jednotlivých modelov s reálnymi hodnotami v hladine 25 cm .	70
7.39	Porovnanie jednotlivých modelov s reálnymi hodnotami v hladine 45 cm .	70
7.40	Porovnanie jednotlivých modelov s reálnymi hodnotami v hladine 5 cm .	71
7.41	Porovnanie jednotlivých modelov s reálnymi hodnotami v hladine 25 cm .	72
7.42	Porovnanie jednotlivých modelov s reálnymi hodnotami v hladine 45 cm .	72
7.43	Porovnanie jednotlivých modelov s reálnymi hodnotami v hladine 5 cm .	74
7.44	Porovnanie jednotlivých modelov s reálnymi hodnotami v hladine 25 cm .	74
7.45	Porovnanie jednotlivých modelov s reálnymi hodnotami v hladine 45 cm .	75
7.46	Porovnanie jednotlivých modelov s reálnymi hodnotami v hladine 5 cm .	76
7.47	Porovnanie jednotlivých modelov s reálnymi hodnotami v hladine 25 cm .	76
7.48	Porovnanie jednotlivých modelov s reálnymi hodnotami v hladine 45 cm .	77
7.49	Model boxu pre termické turbulencie . . . . .	78
7.50	Teplotné pole v rovine XZ1 . . . . .	79
7.51	Teplotné pole v rovine XZ2 . . . . .	79

## ZOZNAM OBRÁZKOV

---

7.52	Teplotné pole a) v rovine YZ1 b) v rovine YZ2 . . . . .	80
7.53	Teplotné pole v rovine XZ1 v rôznych výškových hladinách . . . . .	80
7.54	Teplotné pole v rovine XZ2 v rôznych výškových hladinách . . . . .	81
7.55	Teplotné pole v rovine YZ1 v rôznych výškových hladinách . . . . .	81
7.56	Teplotné pole v rovine YZ2 v rôznych výškových hladinách . . . . .	82
7.57	Geometrický model boxu pre termické turbulencie . . . . .	82
7.58	Výpočtová sieť . . . . .	83
7.59	Rozložene teplotného poľa naprieč celým boxom . . . . .	85
7.60	Rozložene teplotného poľa v rovine XZ1 . . . . .	85
7.61	Rozložene teplotného poľa v rovine XZ2 . . . . .	86
7.62	Rozložene teplotného poľa v rovine YZ1 a YZ2 . . . . .	86
7.63	Rozložene teplotného poľa naprieč celým boxom . . . . .	87
7.64	Rozložene teplotného poľa v rovine XZ1 . . . . .	87
7.65	Rozložene teplotného poľa v rovine XZ2 . . . . .	88
7.66	Rozložene teplotného poľa v rovine YZ1 a YZ2 . . . . .	88
7.67	Rozložene teplotného poľa naprieč celým boxom . . . . .	89
7.68	Rozložene teplotného poľa v rovine XZ1 . . . . .	90
7.69	Rozložene teplotného poľa v rovine XZ2 . . . . .	90
7.70	Rozložene teplotného poľa v rovine YZ1 a YZ2 . . . . .	91
7.71	Gaussovský zväzok 632 nm . . . . .	92
7.72	Gaussovský zväzok 632 nm . . . . .	93
7.73	Vychýlenie osi X . . . . .	93
7.74	Vychýlenie osi Y . . . . .	94
7.75	Percentuálne vyjadrenie vychýlenia zväzku . . . . .	94
7.76	Vplyv mechanických turbulencií osa X . . . . .	95
7.77	Vplyv mechanických turbulencií osa Y . . . . .	96
7.78	Percentuálne vyjadrenie vychýlenia zväzku . . . . .	96
7.79	Vplyv termických turbulencií osa X . . . . .	97
7.80	Vplyv termických turbulencií osa Y . . . . .	98
7.81	Percentuálne vyjadrenie vychýlenia zväzku . . . . .	98
7.82	Priemer a Medián osa X . . . . .	99
7.83	Rozptyl a Smerodajná odchýlka osa X . . . . .	100
7.84	Box s plexisklom . . . . .	101
7.85	Sieť . . . . .	101
7.86	Prechod Gaussovského zväzku cez plexisklo . . . . .	102
7.87	Prechod Gaussovského zväzku cez sklo . . . . .	103
7.88	Prechod Gaussovského zväzku cez vzduch pri 193 THz = 1550 nm . . . .	103
7.89	Prechod Gaussovského zväzku cez 2 plexisklá pri 193 THz = 1550 nm . .	104
7.90	Prechod Gaussovského zväzku cez vzduch pri 352.69 THz = 850 nm . . .	104
7.91	Prechod Gaussovského zväzku cez 2 plexisklá pri 352.69 THz = 850 nm . .	104
10.1	Laboratórny box . . . . .	I
10.2	Laboratórny box . . . . .	I
10.3	Box mechanických turbulencií . . . . .	II

## ZOZNAM OBRÁZKOV

---

10.4	Anemometer na meracej platforme . . . . .	III
10.5	Anemometer na meracej platforme . . . . .	III
10.6	Rýchlosti prúdenia vzduchu v rovine YZ2 . . . . .	IV
10.7	Rýchlosti prúdenia vzduchu v rovine YZ3 . . . . .	IV
10.8	Box termických turbulencií . . . . .	V
10.9	Teplotné čidla na konštrukcií . . . . .	VI
10.10	Teplotné čidla na konštrukcií . . . . .	VI
10.11	Teplotný ventilátor CTH-5000 EMPIRE, O2, O4 . . . . .	VII
10.12	Teplotný ventilátor Solac, O1, O3 . . . . .	VII
10.13	Priemer a Medián osa Y . . . . .	VIII
10.14	Rozptyl a Smerodajná odchýlka osa Y . . . . .	VIII
10.15	CMOS - 1201 . . . . .	IX
10.16	CMOS - 1201 . . . . .	IX
10.17	Laser 632 nm . . . . .	X

## Obsah

<b>1</b>	<b>Úvod</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Svetlo</b>	<b>2</b>
2.1	Geometrická optika . . . . .	2
2.2	Vlnová optika . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Gaussovský zväzok</b>	<b>11</b>
3.1	Komplexná amplitúda . . . . .	11
3.2	Vlastnosti Gaussovského zväzku . . . . .	12
3.3	Prechod Gaussovského zväzku rôznymi optickými prostrediami . . . . .	16
<b>4</b>	<b>Atmosférické javy a ich prejavy na optický zväzok v priestore</b>	<b>22</b>
4.1	Atmosféra . . . . .	22
4.2	Aerosóly . . . . .	23
4.3	Interakcia svetla s atmosférou . . . . .	25
<b>5</b>	<b>Prúdenie a turbulencie tekutín</b>	<b>31</b>
5.1	Turbulentné prúdenie . . . . .	31
5.2	Atmosférické turbulencie . . . . .	33
<b>6</b>	<b>Matematické modelovanie turbulentného prúdenia</b>	<b>39</b>
6.1	Reynoldsová rovnica a Reynoldsové stredovanie . . . . .	39
6.2	Boussinesquová hypotéza . . . . .	41
6.3	RANS modely turbulencií . . . . .	41
<b>7</b>	<b>Praktická časť</b>	<b>46</b>
7.1	Reálne meranie a simulácia prúdenia vzduchu v uzavretom boxe . . . . .	46
7.2	Reálne meranie a simulácia prúdenia vzduchu s prestupom tepla . . . . .	78
7.3	Reálne meranie a simulácia gaussovského zväzku . . . . .	92
<b>8</b>	<b>Záver</b>	<b>105</b>
<b>9</b>	<b>Literatúra</b>	<b>107</b>
<b>10</b>	<b>Prílohy</b>	<b>109</b>

### 1 Úvod

V dnešnej dobe je prenos informácií pomocou optických vlákien bežná vec. Menej známe sú však bezvláknové optické spoje, ktoré ako prenosové médium na prenos informácií využívajú atmosféru. Atmosferické javy a turbulencie majú však negatívny vplyv na šírenie optických vĺn. Preto je potrebné dobre naštudovať danú problematiku nežiadúcich javov na šírenie optického signálu atmosférou, a preto sa aj táto diplomová práca zaoberá reálnym meraním atmosferických turbulencií v laboratórnom boxe a taktiež numerickým modelovaním turbulencií.

V úvode teoretickej časti sa práca venuje popisu svetla geometrickou a vlnovou optikou. Sú popísané princípy odrazu a lomu svetla pomocou Snellovho zákona. Vlnová optika sa potom zaoberá popisom optických vĺn. V ďalšej časti je popísaný Gaussovský zväzok. Sú popísané jeho vlastnosti ako intenzita, výkon, polomer zväzku, divergencia zväzku a ohnisková hĺbka. Nasleduje popis Gaussovského zväzku pri odraze od sférického zrkadla, prechod tenkou šošovkou a rôznym prostredím.

V ďalšej časti je popísané zloženie atmosféry, aerosóly, absorpcie, rozptyly na časticiach, vplyv hmly, dažďa a snehu na optický zväzok.

V závere teoretickej časti je popísané prúdenie a turbulencie tekutín. Je vysvetlené laminárne a turbulentné prúdenie, mechanické a termické turbulencie. Taktiež nasleduje popis fluktuácií indexu lomu, teploty, rýchlosti vetra. Taktiež sú popísané jednotlivé turbulentné modely používané simulačným programom.

Začiatok praktickej časti sa venuje reálnym meraním mechanických a termických, čiže teplotných turbulencií v laboratórnom boxe. Následne sú vytvorené simulácie týchto turbulencií s použitím viacerých numerických modelov. Výsledky sú štatisticky porovnané s reálnymi hodnotami. V úplnom závere sa práca venuje reálnym meraním vplyvu turbulencií na šírenie Gaussovského zväzku. Došlo k premeraní troch vlnových dĺžok, a to 850 nm, 650 nm a 632 nm. Ďalej sú vytvorené simulácie prechodu Gaussovského zväzku cez sklo a plexisklo v programe HFSS.

## 2 Svetlo

Svetlo je elektromagnetické vlnenie, ktoré je popísané rovnakými teoretickými princípmi, ktorými sa riadia všetky druhy elektromagnetického žiarenia. Elektromagnetické žiarenie má elektrickú a magnetickú zložku. Tieto zložky sú navzájom previazané a sú na seba kolmé. Väčšina optických javov sa dá popísať skalárnou teóriou, v ktorej je svetlo popísané jedinou skalárnou funkciou. Tento popis svetla sa nazýva Vlnová optika.

Ak dôjde k šíreniu svetelných vln cez predmety, ktorých rozmery sú väčšie než je vlnová dĺžka svetla a okolo nich je vlnová podstata svetla slabo rozoznatelná, tak ich správanie môže byť popísané pomocou lúčov, ktoré splňujú geometrické pravidlá. Takýto popis svetla sa nazýva Geometrická optika.

Elektromagnetická optika zahrňuje teda tieto dve optiky do seba. Geometrická a Vlnová optika popisujú približné modely svetla, ktoré odvodzujú svoju platnosť na základe získaných výsledkov, ktoré sa približujú výsledkom založeným na presne elektromagnetickej teórii.

Elektromagnetická optika síce popisuje najúplnejší popis svetla v rámci klasickej optiky, ale existujú optické javy, ktoré nemôžu byť klasicky vysvetlené. Tieto javy sú popísané kvantovou elektromagnetickou teóriou známou ako kvantová optika. [1]

### 2.1 Geometrická optika

Geometrická optika patri medzi najjednoduchšiu teóriu svetla. Svetlo je popísané pomocou lúčov, ktoré sa šíria v rôznych prostrediach podľa geometrických pravidiel. Základnou úlohou geometrickej optiky je určovanie polohy a smeru šíriacich sa optických lúčov. [1]

#### 2.1.1 Princípy Geometrickej optiky

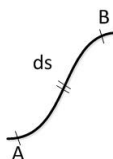
- Svetlo sa šíri vo forme lúčov. Tie sú emitované svetelnými zdrojmi a môžu byť pozorované, keď dosiahnú optický detektor.
- Optické prostredie je určené indexom lomu  $n \geq 1$ . Index lomu predstavuje pomer rýchlosti svetla vo vákuu  $c_0$  k rýchlosti svetla v prostredí  $c$ . Preto čas, ktorý svetlo potrebuje aby prešlo vzdialenosť  $d$  je daný nasledujúcim vzťahom:

$$t = \frac{d}{c} = \frac{n \cdot d}{c_0}, \quad (2.1)$$

pričom súčin  $n \cdot d$  je známy ako optická dĺžka.

- V nehomogénnom prostredí je index lomu  $n(\mathbf{r})$  daný funkciou polohy  $\mathbf{r} = (x, y, z)$ . Dĺžka optickej dráhy medzi dvoma bodmi A a B je daná:

$$d = \int_A^B n(\mathbf{r}) ds, \quad (2.2)$$



Obr. 2.1: Dĺžka optickej dráhy medzi dvoma bodmi A, B [1]

kde  $ds$  je diferenčný element dĺžky pozdĺž dráhy.

- Fermatov princíp šírenia svetla. Svetlo sa šíri z bodu A do bodu B po takej dráhe, aby ju urazilo za minimálnu dobu. Niekedy môže existovať viacej dráh, ktoré odpovedajú minimálnej dobe šírenia. Vtedy svetelné lúče sledujú súčasne všetky tieto dráhy.

### 2.1.2 Odraz a lom na rozhraní dvoch prostredí

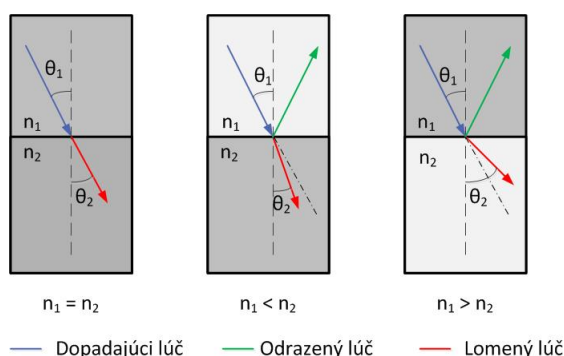
V homogénnom prostredí je index lomu všade rovnaký. Preto dráha s minimálnym časom, po ktorej sa svetlo šíri je dráha s minimálnou vzdialenosťou. Preto môžeme povedať, že dráha s minimálnou vzdialenosťou medzi dvoma bodmi A a B je priamka. V homogénnom prostredí sa teda svetlo šíri priamočiario.

Pri odraze lúčov svetla platí zákon odrazu. Uhol odrazu  $\theta'$  sa rovná uhlu dopadu  $\theta$ .

$$\theta = \theta'. \quad (2.3)$$

Na rozhraní medzi dvoma prostrediami o indexoch lomu  $n_1$  a  $n_2$  dochádza k odrazu a lomu lúča. Pričom odrazený lúč splňuje zákon odrazu a lomený lúč splňuje Snellov zákon:

$$n_1 \cdot \sin \theta_1 = n_2 \cdot \sin \theta_2. \quad (2.4)$$



Obr. 2.2: Lom a odraz svetla na dvoch prostrediach

Ak prechádza lúč svetla z redšieho do hustejšieho prostredia dochádza k lomu ku kolmici, v opačnom prípade nastáva lom od kolmice obrázok 2.2. [1]



### 2.2 Vlnová optika

Vlnová teória je už obecnnejšia než geometrická teória svetla. Keďže je vlnová dĺžka viditeľného svetla menšia než sú okolité predmety, k popísaniu mnohých javov nám stačí geometrická optika, ale aby sme mohli pochopiť vlnovú podstatu svetla musí dôjsť k podrobnejšiemu pozorovaniu svetla.

Svetlo sa šíri vo forme vĺn. Rýchlosť šírenia svetla vo vákuu je  $c_0 = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Svetelné spektrum môžeme rozdeliť na tri spektrá. Ultrafialové spektrum (10 - 390 nm), viditeľné spektrum (390 - 760 nm) a infračervené spektrum (760 - 1 mm).

#### 2.2.1 Základné princípy vlnovej optiky

- **Vlnová rovnica**

Ako už bolo popísané vyššie, svetlo sa šíri vo vákuu konštantnou rýchlosťou  $c_0$ . Index lomu vo vákuu je rovný 1, teda ostatné prostredia majú vždy väčší index lomu ako 1. V takýchto prostrediach dochádza ku spomaľovaniu rýchlosti svetla. Preto rýchlosť svetla v prostredí môžeme určiť podľa nasledujúceho vzťahu:

$$c = \frac{c_0}{n}, \quad (2.5)$$

kde  $c_0$  je rýchlosť svetla v prostredí a  $n$  predstavuje index lomu prostredia. Matematicky sa dá optická vlna popísať reálnou funkciou polohy  $r = (x, y, z)$  a času  $t$ . Táto reálna funkcia má označenie  $u(\mathbf{r}, t)$  a nazýva sa vlnová funkcia. Vlnová rovnica teda je:

$$\nabla^2 u - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0, \quad (2.6)$$

kde  $\nabla^2$  je Laplaceov operátor,  $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$ . Keďže je vlnová rovnica lineárna, platí princíp superpozície. To znamená že ak sú  $u_1(\mathbf{r}, t)$  a  $u_2(\mathbf{r}, t)$  optické vlny, potom aj  $u(\mathbf{r}, t) = u_1(\mathbf{r}, t) + u_2(\mathbf{r}, t)$  predstavuje možnú optickú vlnu.

Ak existuje prostredie v ktorom je index lomu priestorovo závislý, potom nahradíme  $n$  vo rovnici 2.5 a  $c$  v rovnici 2.6 funkciami polohy  $n(\mathbf{r})$ , respektívne  $c(\mathbf{r})$ . Takéto prostredie sa nazýva lokálne homogénne. [1]

- **Optická intenzita**

Optická intenzita  $I(\mathbf{r}, t)$  je definovaná ako dopadajúci optický výkon na jednotku plochy [ $\text{W} \cdot \text{cm}^2$ ]. Je úmerná strednej hodnote druhej mocniny vlnovej funkcie. Je určená vzťahom:

$$I(r, t) = 2\langle u^2(\mathbf{r}, t) \rangle. \quad (2.7)$$

Operácia  $\langle \rangle$  označuje prechod cez stred časového intervalu, ktorý je dlhší než je doba periódy optickej vlny, ale kratší, ako všetky ostatné uvažované časy (ako napríklad trvanie svetelného impulzu).

## 2 SVETLO

- **Optický výkon**

Optický výkon  $P(t)$  [W], ktorý dopadá na plochu  $A$  kolmú k smeru šírenia svetla je rovný intenzite integrovanej cez plochu  $A$ :

$$P(t) = \int_A I(\mathbf{r}, t) dA. \quad (2.8)$$

- **Optická energia**

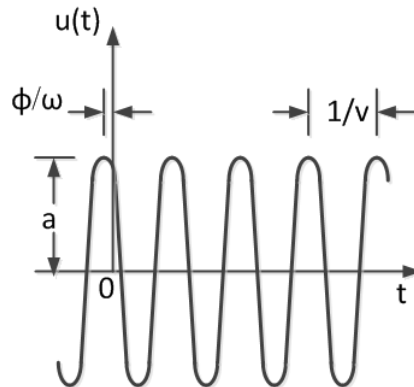
Optická energia, ktorá dopadne za daný časový interval, je časový integrál optického výkonu cez uvažovaný časový interval. [1]

### 2.2.2 Monochromatické vlny

Monochromatickú vlnu môžeme vyjadriť vlnovou funkciou s časovou harmonickou závislosťou:

$$u(\mathbf{r}, t) = a(\mathbf{r}) \cos[2\pi vt + \varphi(\mathbf{r})], \quad (2.9)$$

kde  $a(\mathbf{r})$  je amplitúda,  $\varphi(\mathbf{r})$  je fáza,  $v$  je frekvencia [Hz] a  $\omega = 2\pi v$  predstavuje uhlovú frekvenciu [ $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ]. Na obrázku 2.3 môžeme vidieť reprezentáciu monochromatickej vlny v danom bode  $\mathbf{r}$ , kde vlnová funkcia  $u(t)$  je harmonickou funkciou času v danom  $\mathbf{r}$ .



Obr. 2.3: Vlnová funkcia  $u(t)$  je harmonickou funkciou času v danom  $\mathbf{r}$  [1]

Vlnovú funkciu monochromatickej vlny (rovnica 2.9) môžeme vyjadriť tiež v komplexnom tvare:

$$U(\mathbf{r}, t) = a(\mathbf{r}) e^{[j\varphi(\mathbf{r})]} e^{(j2\pi vt)} \quad (2.10)$$

tak, že:

$$u(\mathbf{r}, t) = \text{Re}\{U(\mathbf{r}, t)\} = \frac{1}{2}[U(\mathbf{r}, t) + U^*(\mathbf{r}, t)]. \quad (2.11)$$

Funkcia  $U(\mathbf{r}, t)$  popisuje celú vlnu, pričom vlnová funkcia  $u(\mathbf{r}, t)$  je jej reálna časť. Obidve funkcie musia vyhovovať vlnovej rovnici 2.6. [1]

## 2 SVETLO

### 2.2.2.1 Komplexná amplitúda

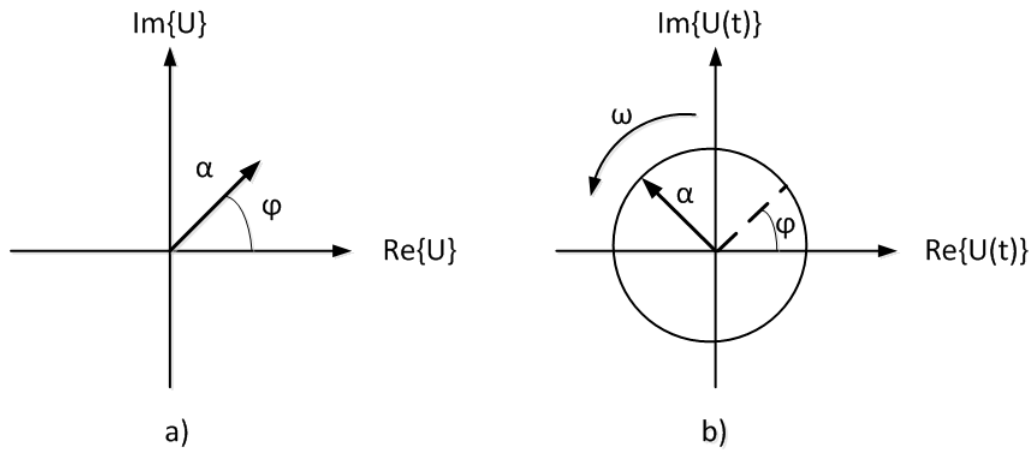
Rovnicu 2.10 môžeme prepísať do nasledujúcej formy:

$$U(\mathbf{r}, t) = U(\mathbf{r})e^{(j2\pi vt)}, \quad (2.12)$$

kde časovú nezávislú časť, ktorá je reprezentovaná týmto  $a(\mathbf{r})e^{[j\varphi(\mathbf{r})]}$  chápeme ako komplexnú amplitúdu. Komplexná amplitúda potom súvisí s vlnovou funkciou  $u(\mathbf{r}, t)$  nasledujúcim vzťahom:

$$u(\mathbf{r}, t) = \text{Re}\{U(\mathbf{r})e^{(j2\pi vt)}\} = \frac{1}{2} \left[ U(\mathbf{r})e^{(j2\pi vt)} + U^*(\mathbf{r})e^{(-j2\pi vt)} \right]. \quad (2.13)$$

V polohe  $\mathbf{r}$  je komplexná amplitúda  $U(\mathbf{r})$  komplexnou premennou, pozri obrázok 2.4 a), jej veľkosť  $|U(\mathbf{r})|$  je určená amplitúdou vlny  $a(\mathbf{r})$  a argumentom  $\arg U(\mathbf{r}) = \varphi(\mathbf{r})$ , ktorý predstavuje fázu vlny. Komplexnú vlnovú funkciu  $U(\mathbf{r}, t)$  môžeme vidieť na obrázku 2.4 b). Je vyjadrená fázorom ktorý rotuje uhlovou rýchlosťou  $\omega = 2\pi v [\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}]$  a jeho hodnota v čase  $t = 0$  je komplexná amplitúda  $U(\mathbf{r})$ . [1]



Obr. 2.4: a) komplexná amplitúda  $U = ae^{(j\varphi)}$  je v čase konštantný fázor, b) komplexná vlnová funkcia je fázor rotujúci uhlovou rýchlosťou  $\omega = 2\pi v$

### 2.2.2.2 Helmholtzová rovnica

Keď dosadíme  $U(\mathbf{r}, t) = U(\mathbf{r})e^{(j2\pi vt)}$  do vlnovej rovnice 2.6 dostaneme diferenciálnu rovnicu nazývanú Helmholtzova rovnica:

$$(\nabla^2 + k^2)U(\mathbf{r}) = 0, \quad (2.14)$$

kde  $k$  predstavuje vlnové číslo a vypočíta sa podľa nasledujúceho vzorca:

$$k = \frac{2\pi v}{c} = \frac{\omega}{c}. \quad (2.15)$$

### 2.2.2.3 Vlnoplochy

Vlnoplochy predstavujú plochy rovnakej fázy,  $\varphi(\mathbf{r}) = \text{konštanta}$ . Konštanty sa volia tak, aby boli násobky  $2\pi$ ,  $\varphi(\mathbf{r}) = 2\pi q$ , kde  $q$  je celé číslo. Normála k vlnoploche v mieste  $\mathbf{r}$  je rovnobežná s gradientom  $\nabla\varphi(\mathbf{r})$ . Má smer, v ktorom má maximálnu zmenu fázy.

### 2.2.3 Elementárne vlny

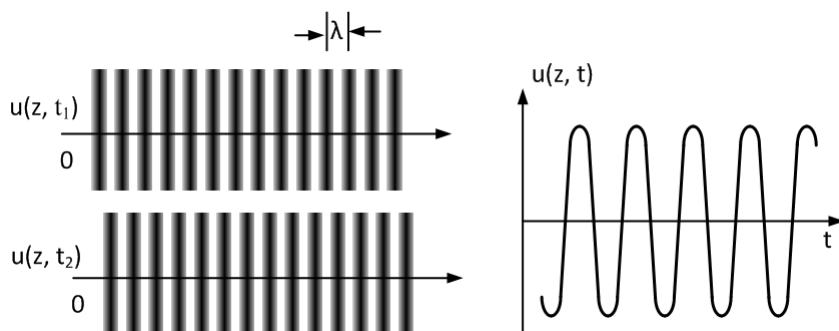
Helmholtzové vlnové rovnice pre homogenné prostredie môžeme riešiť pomocou rovinných a sférických vln.

#### 2.2.3.1 Rovinná vlna

Komplexná amplitúda rovinnnej vlny je daná nasledujúcim vzťahom:

$$U(\mathbf{r}) = Ae^{(-j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})} = Ae^{[-j(k_x x + k_y y + k_z z)]}, \quad (2.16)$$

kde  $A$  predstavuje komplexnú obálku,  $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$  sa nazýva vlnový vektor. Aby funkcia splňovala Helmholtzovu rovnicu, musí byť  $k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$ , takže veľkosť vlnového vektora  $\mathbf{k}$  je vlnové číslo  $k$ . Pretože pre fázu platí  $\arg\{U(\mathbf{r})\} = \arg\{A\} - \mathbf{k}\cdot\mathbf{r}$ , splňujú vlnoplochy vzťah  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} = (k_x x + k_y y + k_z z) = 2\pi q + \arg\{A\}$  kde  $q$  je celé číslo. Táto rovnica popisuje rovnobežné roviny kolmé k vlnovému vektoru  $\mathbf{k}$ . Tieto roviny sú navzájom vzdialené o vlnovú dĺžku. [1]



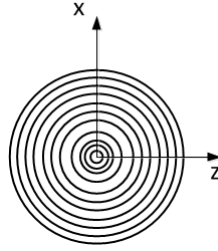
Obr. 2.5: Rovinná vlna šíriaca sa v smere  $z$  predstavuje periodickú funkciu  $z$  s priestorovou periódou  $\lambda$  a periodickou funkciou  $t$  s časovou periódou  $1/v$  [1]

#### 2.2.3.2 Sférická vlna

Sférickou vlnou môžeme taktiež riešiť Helmholtzové rovnice. Sférická vlna je daná nasledujúcim vzťahom:

$$U(\mathbf{r}, t) = \frac{A}{r}(-jkr), \quad (2.17)$$

kde  $r$  určuje vzdialenosť od počiatku šírenia a  $k$  predstavuje vlnové číslo. Na obrázku 2.6 môžeme vidieť sférickú vlnu.



Obr. 2.6: Sférická vlna [1]

### 2.2.3.3 Parabolická vlna

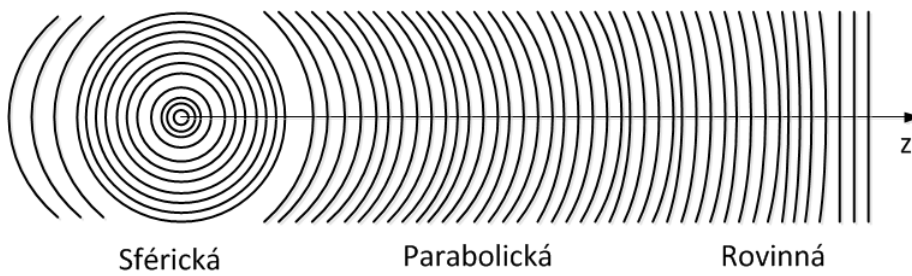
Pre sférickú vlnu, ktorá vzniká v  $\mathbf{r} = 0$  v bodoch  $\mathbf{r} = (x, y, z)$ , ktoré sú dostatočne blízko ose  $z$  ale sú vzdialené od počiatku šírenia, takže  $(x^2 + y^2)^{1/2}$ , ak  $\theta^2 = (x^2 + y^2)/z^2 \ll 1$ , dostaneme použitím priblíženia založeného na rozvoji do Taylorových rad vzťah:

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)} = \sqrt{z(1 + \theta^2)} = z \left( 1 + \frac{\theta^2}{2} + \frac{\theta^4}{8} + \dots \right) = \\ &\approx z \left( 1 + \frac{\theta^2}{2} \right) = z + \frac{x^2 + y^2}{2z} \end{aligned} \quad (2.18)$$

ktorým keď nahradíme v rovnici 2.17 pre  $U(\mathbf{r})$  vo fáze  $r = z + (x^2 + y^2)/2z$  a  $r = z$  v amplitúde, dostaneme Fresnelové priblíženie sférickej vlny:

$$U(\mathbf{r}) \approx \frac{A}{z} e^{x(-jkz)} e^{\left[ -jk \frac{x^2 + y^2}{2z} \right]}. \quad (2.19)$$

Na obrázku 2.7 vidíme sférickú vlnu, ktorá sa so zväčšujúcou vzdialenosťou aproximuje do parabolické vlny a pri veľkých vzdialenostiach od počiatku šírenia môže nastať rovinná vlna. [1]



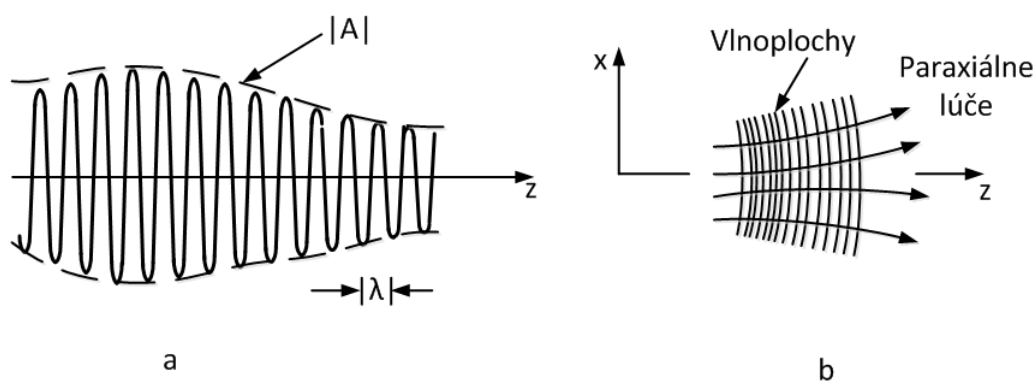
Obr. 2.7: Sférická vlna môže postupne aproximovať na parabolickú a rovinnú vlnu [1]

### 2.2.4 Paraxiálne vlny

Vlnu môžeme nazvať paraxiálnou ak jej paraxiálne lúče sú normály k jej vlnoploche. Paraxiálna vlna vychádza z rovinatej vlny  $Ae^{(-jkz)}$ , ktorá je nosná a modifikujeme jej komplexnú obálku, tak že vytvoríme pomaly sa meniacu funkciu polohy  $A(\mathbf{r})$ . Komplexná amplitúda modulovanej vlny teda je:

$$U(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r})e^{(-jkz)}. \quad (2.20)$$

Na obrázku 2.8 môžeme vidieť vlnovú funkciu paraxiálnej vlny  $u(\mathbf{r}, t) = |A(\mathbf{r})|\cos[2\pi vt - kz + \arg\{A(\mathbf{r})\}]$ . Funkcia polohy  $A(\mathbf{r})$  sa musí meniť pomaly, aby vlna zachovávala charakter rovinatej vlny.



Obr. 2.8: Paraxiálna vlna. a) Veľkosť a amplitúda. b) Vlnoplochy a normály k vlnoplochám [1]

Ak má paraxiálna vlna spĺňať Helmholtzovu rovnicu, musí komplexná obálka  $A(\mathbf{r})$  spĺňať parciálnu diferenciálnu rovnicu. Tú dostaneme dosadením rovnice 2.20 do Helmholtzovej rovnice. Predpoklad, že  $A(\mathbf{r})$  sa mení pomaly so zmenou  $z$  znamená, že v rozmedzí vzdialenosti  $\Delta z = \lambda$  je zmena  $\Delta A$  menšia, než samotné  $A$ , to je  $\Delta A \ll A$ . Nerovnosť komplexných premenných sa použije oddelene na veľkosti reálnej a imaginárnej časti. Pretože  $\Delta A = (\partial A / \partial z) \Delta z = (\partial A / \partial z) \lambda$ , z toho plyní  $\partial A / \partial z \ll A / \lambda = Ak / 2\pi$ , a preto: [1]

$$\frac{\partial A}{\partial z} \ll kA. \quad (2.21)$$

Podobne derivácia  $\partial A / \partial z$  sa mení na vzdialenosti  $\lambda$  pomaly, takže  $\partial^2 A / \partial^2 z \ll k \partial A / \partial z$ , a preto dostaneme:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial^2 z} \ll k^2 A. \quad (2.22)$$

## 2 SVETLO

---

Keď dosadíme vzťah 2.20 do Helmholtzovej rovnice a zanedbáme  $\partial^2 A / \partial^2 z$  v porovnaní s  $k \partial A / \partial z$  alebo  $k^2 A$  dostaneme paraxiálnu Helmholtzovu rovnicu:

$$\Delta_T^2 A - j2k \frac{\partial A}{\partial z} = 0, \quad (2.23)$$

kde  $\Delta_T^2 = \partial^2 / \partial^2 x^2 + \partial^2 / \partial^2 y^2$  predstavuje transverzálny Laplaceov operátor. [1]

## 3 Gaussovský zväzok

Pod pojmom Gaussovský zväzok rozumieme taký zväzok žiarenia kde, jeho intenzita od stredu osi zväzku so zväčšujúcou sa vzdialenosťou klesá podľa funkcie  $e^{(-r^2/a)}$ , kde  $r$  je radiálna vzdialenosť od stredu zväzku a  $a$  je konštanta. Tieto zväzky majú v praxi veľký význam, hlavne v laserovej technike, pretože popisujú vlastnosti laserov. Gaussovské zväzky môžu byť kruhové alebo eliptické. [2]

### 3.1 Komplexná amplitúda

Gaussovský zväzok je vlastne ďalšie riešenie paraxiálnej Helmholtzovej rovnice. Získame ho z paraboloidnej vlny jednoduchou aproximáciou. Vzhľadom k tomu, že komplexná obálka paraboloidnej vlny (rovnica 3.1) je riešením paraxiálnej Helmholtzovej rovnice je jej riešením tiež obálka posunutá o hodnotu  $\xi$  ( $z$  nahradíme  $z - \xi$ ): [1]

$$A(\mathbf{r}) = \frac{A_1}{z} e^{\left[-jk \frac{\rho^2}{2q(z)}\right]}, \rho^2 = x^2 + y^2, \quad (3.1)$$

$$A(\mathbf{r}) = \frac{A_1}{q(z)} e^{\left(-jk \frac{\rho^2}{2z}\right)}, q(z) = z - \xi, \quad (3.2)$$

kde  $\xi$  je konštanta. Je to vlastne paraboloidná vlna v bode  $z - \xi$  namiesto v  $z = 0$ . Ak je  $\xi$  komplexné, tak je stále riešením paraxiálnej Helmholtzovej rovnice, ale má výrazne iné vlastnosti. Hlavne keď je  $\xi$  rýdzo imaginárne, napr.  $\xi = -jz_0$ , kde  $z_0$  je reálne číslo, tak rovnica 3.2 definuje komplexnú obálku Gaussovského zväzku:

$$A(\mathbf{r}) = \frac{A_1}{q(z)} e^{\left[-jk \frac{\rho^2}{2q(z)}\right]}, q(z) = z + jz_0. \quad (3.3)$$

Parameter  $z_0$  predstavuje takzvanú Rayleighovu vzdialenosť. [1]

Aby sme mohli oddeliť amplitúdu a fázu tejto komplexnej obálky, musíme zapísať komplexnú funkciu  $1/q(z)$  pomocou jej reálnej a imaginárnej časti, pričom definujeme dve nové reálne funkcie  $R(z)$  a  $W(z)$ :

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - j \frac{\lambda}{\pi W^2(z)}. \quad (3.4)$$

Dosadením rovnice 3.4 do rovnice 3.3 dostaneme komplexnú amplitúdu  $U(\mathbf{r})$  Gaussovského zväzku:

$$U(r) = A_0 \frac{W_0}{W(z)} e^{\left[-\frac{\rho^2}{W^2(z)}\right]} e^{\left[-jkz - jk \frac{\rho^2}{2R(z)} + j\xi(z)\right]}; A_0 = \frac{A_1}{jz_0}. \quad (3.5)$$

Komplexná amplitúda Gaussovského zväzku obsahuje dva parametre  $A_0$  a  $z_0$ , ktoré sú určené okrajovými podmienkami. Všetky ostatné parametre súvisia s Rayleighovou vzdialenosťou  $z_0$  a s vlnovou dĺžkou  $\lambda$ . [1]



### 3 GAUSSOVSKÝ ZVÄZOK

#### 3.2 Vlastnosti Gaussovského zväzku

##### 3.2.1 Intenzita zväzku

Optická intenzita žiarenia  $I(\mathbf{r}) = |U(\mathbf{r})|^2$  je funkciou axiálnej vzdialenosti  $z$  a radiálnej vzdialenosti  $\rho = (x^2 + y^2)^{1/2}$ ,

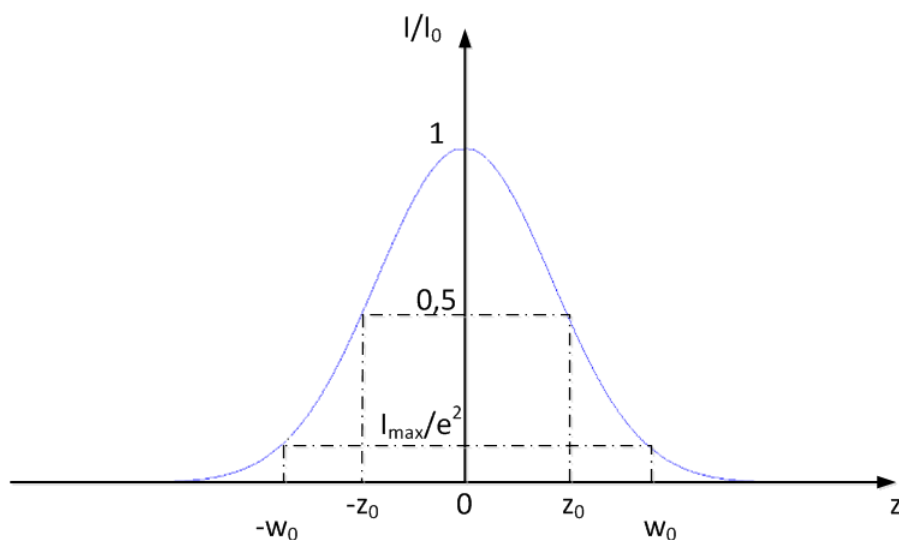
$$I(\rho, z) = I_0 \left[ \frac{W_0}{W(z)} \right]^2 e^{\left[ -\frac{2\rho^2}{W^2(z)} \right]}, \quad (3.6)$$

kde  $I_0 = |A_0|^2$ . Vlna je nazývaná Gaussovským zväzkom preto, lebo pre každú hodnotu  $z$  je intenzita Gaussovskou funkciou radiálnej vzdialenosti  $\rho$ . Gaussovská funkcia dosahuje najväčšej hodnoty pre  $\rho = 0$  (na ose  $z$ ) a klesá so zväčšujúcim sa  $\rho$ . [1]

Na ose zväzku ( $\rho = 0$ ) má intenzita:

$$I(\rho, z) = I_0 \left[ \frac{W_0}{W(z)} \right]^2 = \frac{I_0}{1 + (z/z_0)^2}, \quad (3.7)$$

pre  $z = 0$  svoju maximálnu hodnotu  $I_0$  a s rastúcim  $z$  klesá. Keď  $z = \pm z_0$  dosiahne polovicu maximálnej hodnoty  $I_0$ , obrázok 3.1.



Obr. 3.1: Gaussov zväzok[1]

Pre  $|z| \gg z_0$  intenzita klesá s kvadrátom vzdialenosti  $z$ . Intenzita dosahuje svojho maxima v strede zväzku, keď sa  $z = 0$ ,  $\rho = 0$  [1]

### 3 GAUSSOVSKÝ ZVÄZOK

#### 3.2.2 Výkon zväzku

Výkon zväzku môžeme spočítať pomocou integrálu ktorý, je daný súčinom intenzity žiarenia a plochy priečného prierezu zväzku. Takýto integrál vyzerá nasledovne:

$$P = \int_0^\infty I(\rho, z) 2\pi \rho d\rho, \quad (3.8)$$

potom dostaneme:

$$P = \frac{1}{2} I_0 (\pi W_0^2). \quad (3.9)$$

Výkon zväzku je teda daný polovičnou hodnotou súčinu maximálnej intenzity s plochou kruhu, ktorý má polomer rovnajúci sa stredovej pološírke zväzku. Ďalej môžeme vyjadriť intenzitu zväzku pomocou výkonu  $P$ . Takéto vyjadrenie intenzity vyzerá nasledovne:

$$I(\rho, z) = \frac{2P}{\pi W^2(z)} e^{\left[-\frac{2\rho^2}{W^2(z)}\right]}. \quad (3.10)$$

V kružnici o polomere  $\rho = W(z)$  sa prenáša približne 86 % celkového výkonu. V kruhu o polomere  $1,5 \cdot W(z)$  je prenášaných približne 99 % výkonu. Môžeme to spočítať nasledujúcim vzťahom:

$$\frac{1}{P} \int_0^{\rho_0} I(\rho, z) 2\pi \rho d\rho = 1 - e^{\left[-\frac{2\rho_0^2}{W^2(z)}\right]}. \quad (3.11)$$

#### 3.2.3 Polomer zväzku

Polomer zväzku je závislý na  $z$  a je daný nasledujúcim vzťahom:

$$W(z) = W_0 \left[ 1 + \left( \frac{z}{z_0} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (3.12)$$

V rovine  $z = 0$  má  $W_0$  minimálne hodnoty. Preto sa toto miesto nazýva maximálne zúženie stredom zväzku a  $W_0$  predstavuje jeho polomer. Polomer zväzku so zväčšujúcim  $z$  postupne narastá. Pre  $z = z_0$  dosahuje hodnoty  $\sqrt{2}W_0$  a naďalej so zväčšujúcim sa  $z$  rastie. Pre  $z \gg z_0$  môžeme prvý člen pravej strany rovnice 3.12 zanedbať, a dostaneme lineárny vzťah:

$$W(z) \approx \frac{W_0}{z_0} z = \theta_0 z, \quad (3.13)$$

kde  $\theta_0 = W_0/z_0$ . [1]

### 3 GAUSSOVSKÝ ZVÄZOK

#### 3.2.4 Divergencia zväzku

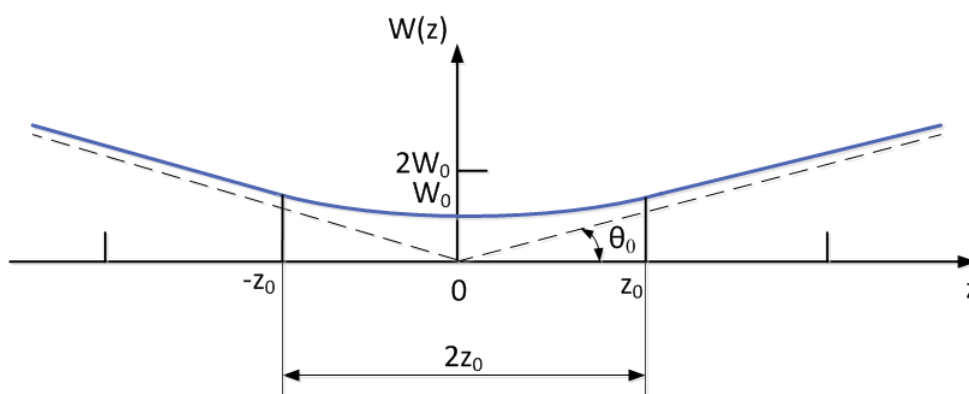
Ďaleko od stredu zväzku narastá jeho polomer so zväčšujúcim sa  $z$  a vytvára kužeľ s vrcholovým uhlom  $2\theta$ . V tomto kuželi je približne 86 % celkového výkonu. Divergencia zväzku je daná uhlom:

$$\theta_0 = \frac{2}{\pi} \frac{\lambda}{2W_0}. \quad (3.14)$$

Divergencia je priamo úmerná podielu vlnovej dĺžky  $\lambda$  a stredového priemeru  $2W_0$ . Menší stredový polomer vyžaduje väčšiu divergenciu. [1]

#### 3.2.5 Ohnisková hĺbka

Z obrázku 3.2 môžeme vidieť, že zväzok je najužší v  $z = 0$ . Taktiež tu má najlepšie ohnisko. Axiálna vzdialenosť, pozdĺž ktorej je zväzok rovný alebo menší než  $\sqrt{2}W_0$  je označovaná ako ohnisková hĺbka alebo tiež konfokálny parameter. [1]



Obr. 3.2: Ohnisková hĺbka Gaussovského zväzku [1]

Ohnisková hĺbka je rovná dvojnásobku Rayleighovej vzdialenosti:

$$2z_0 = \frac{2\pi W_0^2}{\lambda}. \quad (3.15)$$

Ohnisková hĺbka je priamo úmerná ploche prierezu zväzku v mieste maximálneho zúženia a nepriamo úmerná vlnovej dĺžke. [1]

#### 3.2.6 Fáza

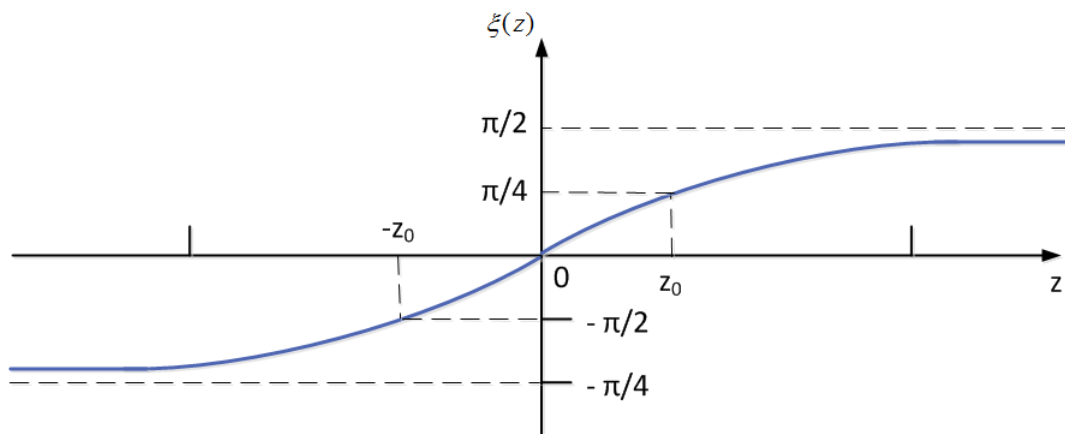
Fáza Gaussovského zväzku je vyjadrená nasledujúcim vzťahom:

$$\phi(\rho, z) = kz - \zeta(z) + \frac{k\rho^2}{2R(z)}. \quad (3.16)$$

### 3 GAUSSOVSKÝ ZVÄZOK

Na ose zväzku ( $\rho = 0$ ) obsahuje fáza dva členy:

$$\phi(\rho, z) = kz - \zeta(z). \quad (3.17)$$



Obr. 3.3: Fáza Gaussovského zväzku [1]

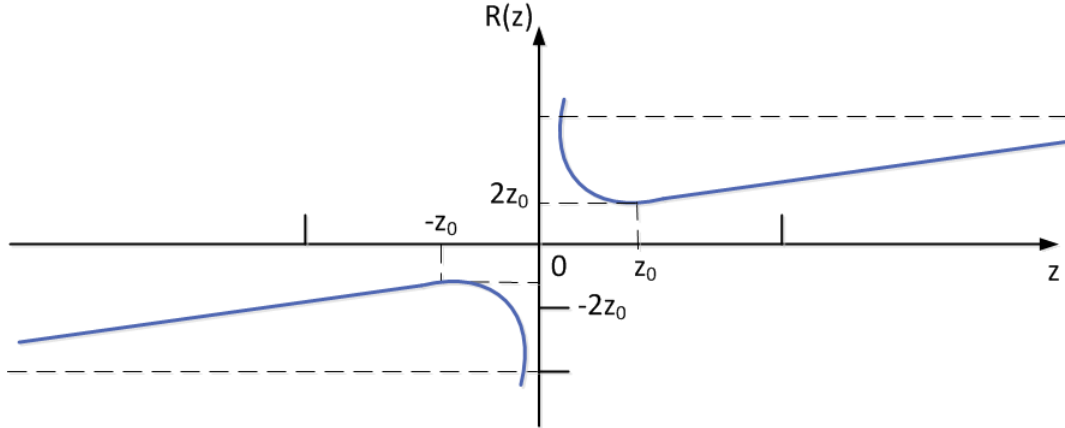
Prvý člen  $kz$  predstavuje fázu rovinnej vlny a druhý člen reprezentuje fázové spomalenie  $\zeta(z)$ . Fázové spomalenie  $\zeta(z)$  sa mení od  $-\pi/2$  pre  $z = -\infty$  do  $+\pi/2$  pre  $z = \infty$ .

#### 3.2.7 Vlnoplochy

Tretí člen pravej strany rovnice 3.16 je zodpovedný za zakrivenie vlnoplochy. Na obrázku 3.4, polomer krivosti  $R(z)$  je v  $z = 0$  nekonečný, čo odpovedá rovinnej vlnoploche. Pri rastúcom  $z$  najskôr klesá a v  $z = z_0$  dosiahne minimálnej hodnoty  $2z_0$ . V tomto bode má vlnoplocha najväčšiu krivosť. Ak sa  $z$  zväčšuje, tak polomer krivosti postupne rastie, až pre  $z \gg z_0$  dostaneme  $R(z) \approx z$ . Vlnoplochy sú potom skoro sférické. Polomer krivosti sa dá spočítať nasledujúcim vzťahom:

$$R(z) = z \left[ 1 + \left( \frac{z_0}{z} \right)^2 \right]. \quad (3.18)$$

### 3 GAUSSOVSKÝ ZVÄZOK



Obr. 3.4: Polomer krivosti  $R(z)$  vlnoploch Gaussovského zväzku [1]

### 3.3 Prechod Gaussovského zväzku rôznymi optickými prostrediami

Rôzne optické prostredia majú rôzny vplyv na šírenie Gaussovského zväzku. Medzi takéto optické prostredia patrí napr. tenká šošovka, voľné prostredie, vákuum, odraz na sférickom alebo rovinnom zrkadle. Niektoré z týchto prostredí budú popísané v nasledujúcej kapitole.

#### 3.3.1 Prechod tenkou šošovkou

Tenka šošovka má komplexnú amplitúdovú priepustnosť o ohniskovej vzdialenosti  $f$  priamo úmernú  $e^{(jk\rho^2/2f)}$ . Keď prechádza Gaussovský zväzok tenkou šošovkou je potrebné jeho komplexnú amplitúdu danú rovnicou 3.5 vynásobiť týmto faktorom. Dôjde k zmene polomeru krivosti vlnoplochy, ale šírka zväzku sa nemení. Situácia keď Gaussovský zväzok, ktorý má stred v počiatku  $z = 0$  a pološírku  $W_0$  prechádza tenkou šošovkou vo vzdialenosti  $z$  na jeho ose je zobrazený na obrázku 3.5. Fáza vlny v rovine šošovky je  $kz + k\rho^2 - \zeta$ , kde  $R = R(z)$  a  $\zeta = \zeta(z)$  sú dané vzťahmi 3.18 a 3.19.

$$\zeta(z) = \arctan \frac{z}{z_0}. \quad (3.19)$$

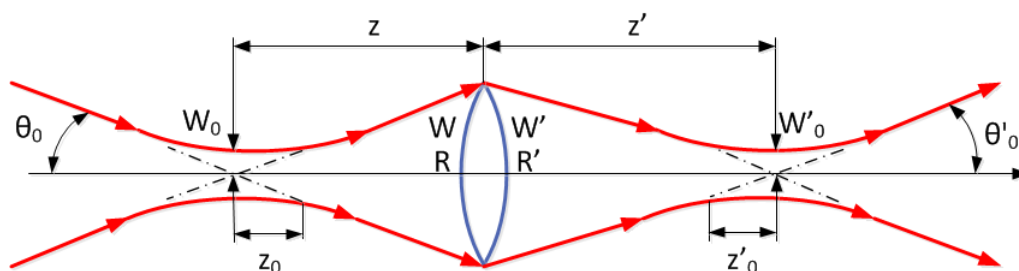
Potom fáza vlny, ktorá prejde tenkou šošovkou sa zmení na:

$$kz + k\frac{\rho^2}{2R} - \zeta - k\frac{\rho^2}{2f} = kz + k\frac{\rho^2}{2R'} - \zeta, \quad (3.20)$$

kde:

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R} - \frac{1}{f}. \quad (3.21)$$

### 3 GAUSSOVSKÝ ZVÄZOK



Obr. 3.5: Gaussovský zväzok pri prechode šošovkou[1]

Vlna, ktorá prejde šošovkou má taktiež tvar Gaussovského zväzku s pološírkou  $W' = W$  a polomerom krivosti  $R$  a  $R'$ , pre ktoré platí vzťah 3.21.

Stredovú pološíрку transformovaného zväzku môžeme vyjadriť nasledujúcim vzťahom:

$$W'_0 = \frac{W}{[1 + (\pi W^2 / \lambda R')^2]^{1/2}}, \quad (3.22)$$

pričom jeho stred sa nachádza vo vzdialenosti:

$$-z' = \frac{R'}{1 + (\lambda R' / \pi W^2)^2}, \quad (3.23)$$

od šošovky.

Znamienko mínus v rovnici 3.23 je preto, lebo stred sa nachádza napravo od šošovky. Ak dosadíme za  $R = z[1 + (z_0/z)^2]$  a  $W = W_0[1 + (z/z_0)^2]^{1/2}$  do rovnice 3.21 a 3.23 získame vzťahy, ktoré súvisia z dopadajúcim a prepusteným zväzkom:

- **pološírka v strede**

$$W'_0 = MW_0 \quad (3.24)$$

- **poloha stredu**

$$(z' - f) = M^2(z - f) \quad (3.25)$$

- **ohnisková hĺbka**

$$2z'_0 = M^2(2z_0) \quad (3.26)$$

- **uhlová divergencia**

$$2\theta'_0 = \frac{2\theta_0}{M} \quad (3.27)$$

### 3 GAUSSOVSKÝ ZVÄZOK

---

- priečne zväčšenie

$$M = \frac{M_r}{(1 + r^2)^{1/2}} \quad (3.28)$$

Priečne zväčšenie  $M$  má veľmi dôležitú úlohu. Ak sa  $M$ - krát zväčší šírka v strede zväzku, ohnisková hĺbka sa zväčší  $M^2$ - krát a uhlová divergencia sa  $M$ - krát zmenší. [1]

#### 3.3.2 Odraz na sférickom zrkadle

Komplexná amplitúdová odrazivosť zrkadla je priamo úmerná  $\exp(-jk\rho^2/R)$ . Kde  $R$  môže byť buď kladné číslo, vtedy sa jedná o vypuklé zrkadlá (konvexné) alebo záporné a vtedy ide o duté zrkadlá (konkávne). Ak sa zväzok odrazí od takéhoto zrkadla o pološírke  $W_0$  a polomeru krivosti  $R_1$  dôjde k zmene fázy o hodnotu  $-k\rho^2/R$ , pričom šírka sa nezmení. Odrazený zväzok teda ostane Gaussovským zväzkom ale s parametrami  $W_2$  a  $R_2$ , pre ktoré platí:

$$W_2 = W_1, \quad (3.29)$$

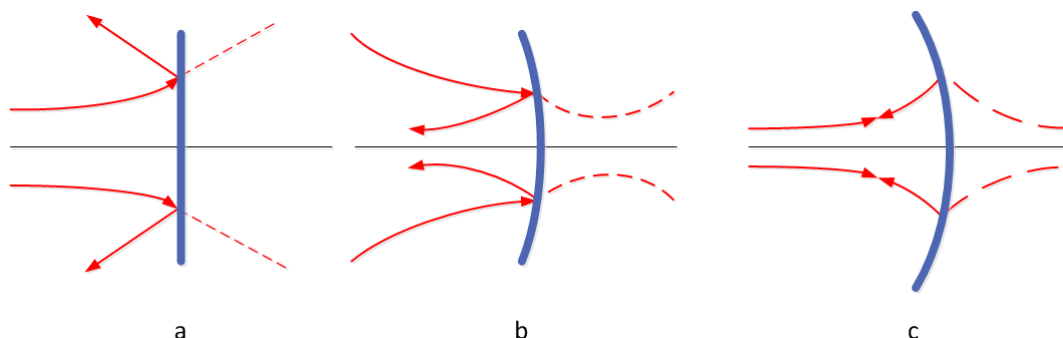
$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_1} + \frac{2}{R}, \quad (3.30)$$

Gaussovský zväzok je modifikovaný presne rovnakým spôsobom ako pri prechode šošovkou, až na zmenený smer šírenia. [1]

Ďalej môžu nastať tri špeciálne prípady pri odraze na rozhraní zrkadla:

1. Ak Gaussovský zväzok dopadá na rovinné zrkadlo  $R = \infty$  a  $R_2 = R_1$ , tak zrkadlo len obráti smer šírenia zväzku bez zmeny jeho polomeru krivosti.
2. Pre  $R_1 = \infty$  máme  $R_2 = R/2$ . Ak zväzok prejde dutým zrkadlom, tak dostaneme  $R_2 < 0$ . Odrazený zväzok má potom záporný polomer krivosti, čo znamená, že zväzok bude fokusovaný do menšej stopy.
3. Ak ma dopadajúci zväzok rovnaký polomer krivosti ako zrkadlo ( $R_1 = -R$ ), tak platí  $R_2 = R$ . Zväzok pri dopade na takéto zrkadlo má po odrazení rovnaký tvar ako pred odrazom.

### 3 GAUSSOVSKÝ ZVÄZOK



Obr. 3.6: Odraz Gaussovského zväzku s polomerom krivosti  $R_1$  od zrkadla s polomerom krivosti  $R$ : a)  $R = \infty$ , b)  $R_1 = \infty$ , c)  $R_1 = -R$ . Čiarkované čiary odpovedajú nahradeniu zrkadla šošovkou s ohniskovou vzdialenosťou  $f = -R/2$  [1]

#### 3.3.3 Prechod ľubovoľnou optickou sústavou

Pre prechod Gaussovského zväzku ľubovoľnou optickou sústavou môžeme použiť paraxiálnu aproximáciu, ktorá je popísaná prenosovou maticou  $2 \times 2$ , ktorá transformuje polohu a smer dopadajúceho lúča na polohu a smer prejdeho lúča. Takúto paraxiálnu optickú sústavu ktorá je charakterizovaná maticou  $M$  s prvkami  $(A, B, C, D)$  musíme upraviť pre Gaussovsky zväzok.

##### Zákon ABCD

Parametre  $q(q_1, q_2)$  dopadajúceho a prepusteného zväzku vo vstupnej a výstupnej rovine optickej sústavy, ktorá je popísaná maticou  $(A, B, C, D)$  sú viazané nasledujúcim vzťahom:

$$q_2 = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D}. \quad (3.31)$$

Parametre  $q$  popisujú pološírku  $W$  a polomer krivosti  $R$  gaussovského zväzku. V maticovej optike je optická sústava popísaná týmito vzťahmi:

$$y_2 = Ay_1 + B\theta_1, \quad (3.32)$$

$$\theta_2 = Cy_1 + D\theta_1. \quad (3.33)$$

Môžeme ich zapísať v maticovom tvare:

$$\begin{bmatrix} y_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix}, \quad (3.34)$$



### 3 GAUSSOVSKÝ ZVÄZOK

---

kde  $(y_1, \theta_1)$  predstavujú polohu a smer vstupného lúča,  $(y_2, \theta_2)$  predstavujú polohu a smer už prepusteného lúča a  $A, B, C, D$  predstavujú reálne čísla. Maticu 3.34 môžeme transformovať pomocou rovnice 3.31 na tvar:

$$q_2 = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot q_1 = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D}. \quad (3.35)$$

#### 3.3.3.1 Šírenie cez vákuum

Zväzok sa v takomto prostredí šíri z bodu A do bodu B vo vzdialenosti  $d$ . Prenosová matica potom vyzerá nasledovne:

$$q_2 = \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot q_1 = \frac{q_1 + d}{0 + 1} = \frac{q_1 + d}{1}. \quad (3.36)$$

#### 3.3.3.2 Lom na rovinnom rozhraní

Na rovinnom zrkadle dochádza k odrazu zväzku na dvoch rozhraniach s indexom lomu  $n_1$  a  $n_2$  pomocou Snellovho zákona. Prenosová matica vyzerá nasledovne:

$$q_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{n_1}{n_2} \end{bmatrix} \cdot q_1 = \frac{q_1}{\frac{n_1}{n_2}}. \quad (3.37)$$

#### 3.3.3.3 Odraz na rovinnom rozhraní

Pri odraze lúča od rovinného zrkadla má prenosová matica tvar jednotkovej matice:

$$q_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot q_1 = \frac{q_1}{1}. \quad (3.38)$$

#### 3.3.3.4 Lom na sférickom rozhraní

Pri lome na sférickom rozhraní hrá veľmi dôležitú úlohu polomer krivosti  $R$ . Keď je  $R > 0$  jedná sa o vypuklé zrkadlo, v opačnom prípade sa jedná o duté zrkadlo. Prenosová matica potom vyzerá nasledovne:

$$q_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{(n_2 - n_1)}{n_2 R} & \frac{n_1}{n_2} \end{bmatrix} \cdot q_1 = \frac{q_1}{-\frac{q_1(n_2 - n_1)}{n_2 R} + \frac{n_1}{n_2}}. \quad (3.39)$$

#### 3.3.3.5 Odraz na sférickom rozhraní

Prenosová matica pre odraz na sférickom rozhraní je podobná ako pri rovinnom zrkadle:

$$q_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{2}{R} & 1 \end{bmatrix} \cdot q_1 = \frac{q_1}{q_1 \frac{2}{R} + 1}. \quad (3.40)$$

### 3 GAUSSOVSKÝ ZVÄZOK

---

#### 3.3.3.6 Prechod tenkou šošovkou

Pomocou tenkej šošovky môžeme Gaussovský zväzok zaostríť alebo meniť jeho vlastnosti.

$$q_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{-1}{f} & 1 \end{bmatrix} \cdot q_1 = \frac{q_1}{-\frac{q_1}{f} + 1}. \quad (3.41)$$

#### 3.3.3.7 Kombinácia jednotlivých prenosových matíc

Prenosové matice môžeme kombinovať a tým vytvoriť sústavu s rôznymi optickými prostrediami.



Obr. 3.7: Prenosová optická sústava zložená z viacerých optických prvkov [1]

Matice  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_n$  predstavujú rôzne optické prostredia, napr. vákuum, tenkú šošovku alebo lom na rozhraní. Pri ich násobení musíme usporiadať matice od výstupu k vstupu, čiže v našom prípade  $M = M_n \cdot M_2 \cdot M_1$ .

### 4 Atmosférické javy a ich prejavy na optický zväzok v priestore

V tejto kapitole je opísané zloženie atmosféry, jednotlivé vrstvy a taktiež rôzne deje a javy, ktoré ovplyvňujú optický zväzok šíriaci sa v priestore.

#### 4.1 Atmosféra

Atmosféra je definovaná ako plynná hmota alebo plynný obal nebeského telesa, v našom prípade planéty Zem. Atmosféra dosahuje do vzdialenosti až 560 km od zemského povrchu a je priťahovaná gravitačnou silou. Je zložená z rôznych vrstiev, pričom optické bezvláknové spoje pracujú na spodnej časti atmosféry, ktorá je najbližšia k zemskému povrchu a nazýva sa troposféra. Táto vrstva atmosféry sa správa ako kvapalina v hydrostatickej rovnováhe a jej hustota je vyššia než v ostatných vrstvách. Atmosféra sa primárne skladá z dusíka ( $N_2$  78 %), kyslíka ( $O_2$  21 %) a zvyšné percento tvoria ostatné plyny. Taktiež sa v atmosfére nachádzajú aj prvky ako je voda ( $H_2O$  0 až 7 %) alebo oxid uhličitý ( $CO_2$  0.01 až 0.1 %) ktoré sú však prítomné v menších množstvách. K dispozícii sú tiež malé častice ktoré sa tiež podieľajú na zložení atmosféry, napr. častice, ktoré vznikajú pri spaľovaní, prach, nečistoty, čiastočky pôdy. Kombináciou všetkých prvkov a plynov dochádza k absorpcii a rozptylu. [4]

Molekuly	Objemový podiel
Dusík ( $N_2$ )	78.1 %
Kyslík ( $O_2$ )	20.9 %
Voda ( $H_2O$ )	7.75 %
Argón (Ar)	0.93 %
Metán ( $CH_4$ )	$41.7 \cdot 10^{-4}$ %
Oxid uhličitý ( $CO_2$ )	0.039 %
Oxid dusný ( $N_2O$ )	$3.2 \cdot 10^{-5}$ %
Ozón ( $O_3$ )	$2.66 \cdot 10^{-6}$ %

Tabuľka 4.1: Niekoľko molekulárnych plynov a ich objemový podiel v atmosfére

Teplota atmosféry sa mení v dôsledku rôzneho ročného obdobia a stúpajúcou nadmorskou výškou. Na obrázku 4.1 môžeme vidieť štandardný teplotný profil atmosféry. Tlak atmosféry klesá s rastúcou nadmorskou výškou v dôsledku gravitácie Zeme. [5]

##### 4.1.1 Vrstvy atmosféry

Atmosféru môžeme rozdeliť do štyroch vrstiev podľa závislosti teploty na nadmorskej výške.

- **Troposféra**

Táto vrstva sa nachádza najbližšie k zemskému povrchu, obsahuje až 80 % atmosférickej hmoty. Siahá do výšky približne 8 až 16 km. Výška troposféry sa postupne

## 4 ATMOSFÉRICKE JAVY A ICH PREJAVY NA OPTICKÝ ZVÄZOK V PRIESTORE

od rovníka smerom k polárnym oblastiam znižuje. Priemerná výška je 11 km. Maximálna teplota v tejto vrstve sa nachádza tesne nad zemským povrchom a so zvyšujúcou sa nadmorskou výškou postupne klesá, asi  $6.5^{\circ}\text{C}$  na kilometer. V tejto vrstve sa nachádzajú prevažne všetky atmosferické deje. Koncentrácia vodnej pary je tu vysoká, čo spôsobuje ohrievanie tejto vrstvy v dôsledku pohltienia svetelného žiarenia a vyžarovaneého tepla z povrchu planéty. Na konci tejto vrstvy sa nachádza tropopauza, ktorá oddeľuje troposféru od stratosféry.

- **Stratosféra**

Nachádza sa vo výške od 10 až po 50 kilometrov nad zemským povrchom. Obsahuje 19.9 % atmosférickej hmoty. Do výšky 9 kilometrov od začiatku stratosféry ostáva teplota konštantná. Táto oblasť, kde je teplota konštantná sa nazýva izotermická vrstva. Po tejto oblasti sa teplota začína zväčšovať s narastajúcou nadmorskou výškou. Veľmi dôležitú úlohu pri ohrievaní stratosféry ma ozón. Slnecná energia sa premení na kinetickú energiu, keď molekuly ozónu absorbujú ultrafialové žiarenie, čo vedie k ohrevu stratosféry. Medzi stratosférou a ďalšou vrstvou sa nachádza stratopauza.

- **Mezosféra**

Sa nachádza vo výške od 50 do 80 km. Vyznačuje sa znížením teploty až na  $-90^{\circ}\text{C}$  vo výške asi 80 km. Koncentrácia ozónu a vodnej pary je v tejto vrstve zanedbateľná, preto je chladnejšia než troposféra a stratosféra. Na konci tejto vrstvy je mezopauza.

- **Termosféra**

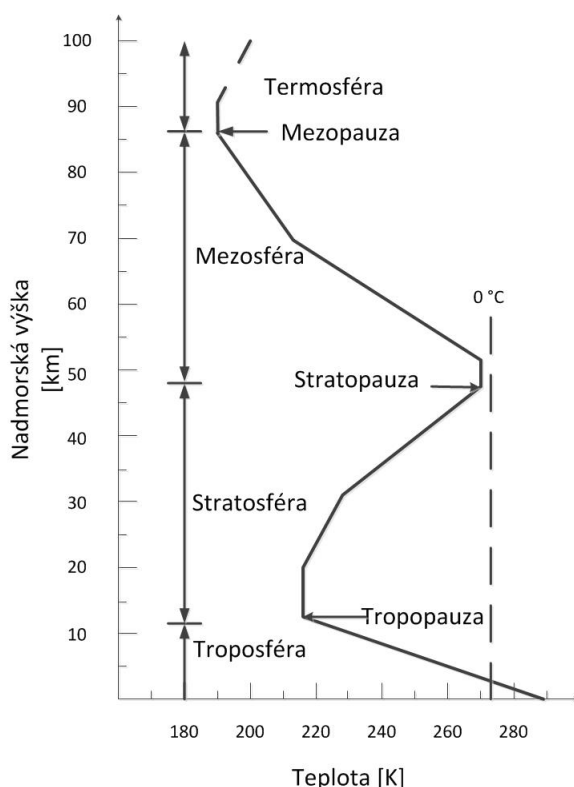
Nachádza sa vo výške väčšej než 80 km od zemského povrchu. V tejto vrstve môže byť dosiahnutá teplota až  $1500^{\circ}\text{C}$ . Toto zvýšenie teploty je spôsobené pohltením slnečného žiarenia u obmedzeného množstva molekulami kyslíka. Aj v tejto vrstve sú hlavné zložky dusík a kyslík ale molekuly plynov sú ďaleko od seba. [6, 7]

### 4.2 Aerosóly

Pod pojmom aerosól si môžeme predstaviť rozptýlenie pevných alebo kvapalných častíc v plynnom médiu. Ich veľkosť je všeobecne považovaná medzi  $0.01\ \mu\text{m}$  a  $10\ \mu\text{m}$  v polomere. Čím väčšia je veľkosť kvapiek, tým je ich koncentrácia v aerosóle menšia. Medzi aerosóly patria napríklad opar, oblaky, hmla, ktoré sú tvorené časticami ako sú napríklad dažďová kvapka, oparová kvapka, hmlová kvapka. Koncentrácia aerosólových častíc je vysoko závislá na regióne. V prímorských a morských oblastiach je koncentrácia častíc väčšia ako v kontinentálnych oblastiach. V tabuľke 4.2 môžeme vidieť veľkosť a koncentráciu niektorých častíc v atmosfére. [4]

Aerosóly ktoré vznikajú tesne nad zemským povrchom do výšky 1 až 2 km majú najväčšiu variabilitu zloženia a koncentráciu. Tieto aerosóly sú prevažne tvorené čiastočkami pôdy, prachu a organickými čiastočkami vegetácie. Pôsobením globálnych vetrov alebo búrok dochádza k prenášaniam týchto častíc na veľké vzdialenosti. V troposfére nad vrstvou do 2 km sú aerosóly menej závislé na miestnych povrchových podmienkach a sú

#### 4 ATMOSFÉRICKE JAVY A ICH PREJAVY NA OPTICKÝ ZVÄZOK V PRIESTORE



Obr. 4.1: Teplotný profil atmosféry

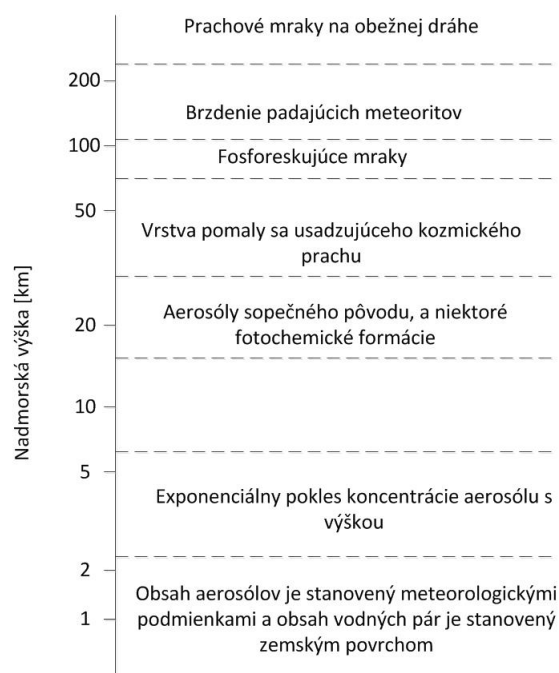
Typ častice	Koncentrácia [ $\text{cm}^{-3}$ ]	Polomer [ $\mu\text{m}$ ]
Dažďová kvapka	$10^{-3} - 10^{-2}$	$10^2 - 10^4$
Hmlová kvapka	10-100	1-10
Obláčná kvapka	10-300	1-10
Kvapka oparu	$10-10^3$	$10^{-2} - 1$
Molekula vzduchu	$10^{19}$	$10^{-4}$

Tabuľka 4.2: Veľkosť a koncentrácia častíc v atmosfére [4]

rovnomernejšie rozptýlené v priestore. V tejto vrstve sú aerosóly tvorené prevažne zhlukovaním plynných zlúčenín a jemného prachu. V stratosfére sú aerosóly tvorené prevažne síranovými časticami a sú rovnomerne rozmiestnené po celom svete. Vlhkosť je jeden z hlavných faktorov, ktorý ovplyvňuje veľkosť aerosolových častíc a ich charakteristiky rastu. [5]

Rast častíc aerosólu závisí na rovnováhe kvapky s okolitým médiom a na relatívnej vlhkosti aerosólu. Pre rast kondenzácie vodnej pary je veľmi dôležité aby jej častice boli v presýtenom a nestabilnom stave s okolím. Menšie častice potrebujú väčší stav presýtenia aby došlo k ich rastu, narozdiel od väčších častíc. Všetky aerosóly môžu spôsobiť absorpciu alebo rozptyl dopadajúceho svetla. [4]

## 4 ATMOSFÉRICKE JAVY A ICH PREJAVY NA OPTICKÝ ZVÄZOK V PRIESTORE



Obr. 4.2: Fyzikálne vlastnosti atmosferických aerosólov

### 4.3 Interakcia svetla s atmosférou

Svetlo šíriace sa atmosférou je ovplyvňované atmosferickými javmi a fyzikálnym zložením atmosféry. Najväčší vplyv na optický zväzok majú absorpcie, rozptyly (Rayleighov a Mieov) a turbulencie. Lineárny prenos monochromatického svetla atmosférou popisuje takzvaný Beer-Lambertov zákon. Ten je popísaný nasledujúcou rovnicou:

$$I(\lambda, t', x) = I(\lambda, t, 0)e^{-\int_0^x \alpha(\lambda)N(x', t)dx'}, \quad (4.1)$$

kde  $I$  je intenzita optického zväzku po prechode trasy o dĺžke  $x$ ,  $\alpha(\lambda)$  je koeficient útlmu,  $N(x', t)$  je priestorové a časové rozloženie,  $\lambda$  predstavuje vlnovú dĺžku monochromatického svetla a  $t'$  je potenciálne oneskorenie šírenia. Útlmový koeficient  $\alpha(\lambda)$  je tvorený súčtom koeficientov ktoré popisujú rôzne javy, pri ktorých dochádza k zoslabeniu (útlmu) optického zväzku. V atmosfére sa najviac prejavuje Rayleighov, Mieov rozptyl a lineárna absorpcia. Potom môžeme útlmový koeficient vyjadriť nasledujúcou rovnicou:

$$\alpha_{(\lambda)} = \alpha_A(\lambda) + \alpha_R(\lambda) + \alpha_M(\lambda), \quad (4.2)$$

kde tieto zložky predstavujú absorpciu, Rayleighov a Mieov rozptyl.

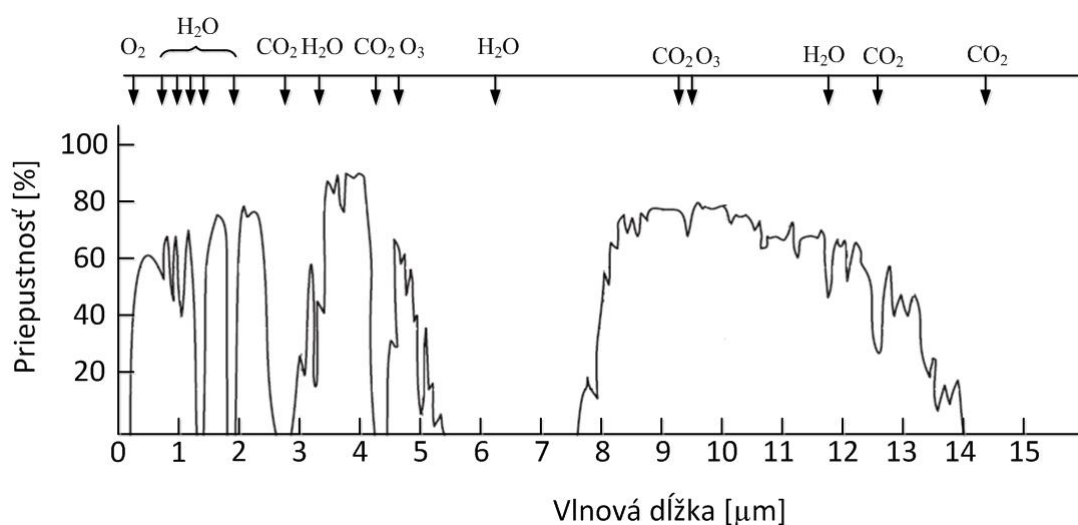
#### 4.3.1 Absorpcia

Absorpcia optického žiarenia molekulami v atmosfére súvisí s optickými absorpčnými prechodmi medzi povolenými kvantovými energetickými hladinami molekúl. Tieto ener-

## 4 ATMOSFÉRICKE JAVY A ICH PREJAVY NA OPTICKÝ ZVÄZOK V PRIESTORE

getické hladiny môžu byť rozdelené na rotačné, vibračné alebo elektronové stavy. Absorpčné prechody medzi rotačnými hladinami nastávajú v ďalekej mikrovlnnej a infračervenej oblasti spektra, prechody medzi vibračnými hladinami nastávajú v blízkej infračervenej oblasti spektra ( $2\text{--}20\ \mu\text{m}$ ) a elektronové prechody sa všeobecne vyskytujú v ultrafialovej a viditeľnej oblasti spektra ( $0.3\ \text{až}\ 0.7\ \mu\text{m}$ ). Jednotlivé prechody môžu vzniknúť aj ich vzájomnou kombináciou. [5]

Medzi najvýznamnejšie absorpčné častice v atmosfére patria voda, oxid uhličitý a ozón. Typické absorpčné spektrum atmosféry môžeme vidieť na obrázku 4.3.



Obr. 4.3: Priepustnosť atmosféry [8]

V pásmach medzi  $0.7$  a  $2\ \mu\text{m}$  dominuje absorpcia vodných pár, zatiaľ čo v pásmach medzi  $2$  až  $4\ \mu\text{m}$  dominujú kombinácie absorpcií vody a oxidu uhličitého. Absorpciu atmosféry môžeme kvantifikovať nasledujúcim vzťahom: [8]

$$\alpha_a(\lambda)N(x, t) = Sg(v - v_0)NP_a, \quad (4.3)$$

kde  $S$  je intenzita molekulárneho prechodu,  $g(v - v_0)$  je normalizovaná funkcia (tvarová),  $N$  je počet molekúl v  $\text{cm}^3$  pri tlaku, ktorý predstavuje jednu atmosféru,  $P_a$  je parciálny tlak absorpčného plynu. [5]

### 4.3.2 Rayleighov rozptyl

Rozptyl môžeme definovať ako rozptýlenie zväzku častíc alebo žiarenia do rôznych smerov v dôsledku fyzikálnych interakcií. Rozptýlené svetlo je polarizované a má rovnakú vlnovú dĺžku ako je vlnová dĺžka dopadajúceho svetla, čo znamená že nedochádza ku strate energie. [4]

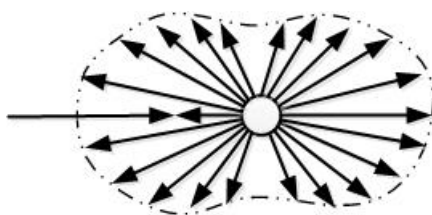
Rayleighov rozptyl je elastický rozptyl svetla, čo znamená že nedochádza k posunu vlnovej dĺžky. Vzniká na časticiach, ktoré sú malé v porovnaní s vlnovou dĺžkou. Tento

## 4 ATMOSFÉRICKÉ JAVY A ICH PREJAVY NA OPTICKÝ ZVÄZOK V PRIESTORE

rozptyl spôsobuje sfarbenie oblohy do modra. Vyskytuje sa hlavne v plynch, ale taktiež môže nastať aj v priehľadných pevných látkach a kvapalinách. Diferenciálny rozptylový koeficient monochromatickeho svetla je popísaný nasledujúcou rovnicou:

$$\frac{d\sigma_R}{d\Omega} = \left[ \frac{\pi^2(n^2 - 1^2)}{N^2\lambda^4} \right] [\cos^2\phi \cos^2\theta + \sin^2\phi], \quad (4.4)$$

kde  $n$  je index lomu prostredia,  $N$  predstavuje hustotu molekúl,  $\lambda$  je vlnová dĺžka optického žiarenia,  $\theta$  a  $\phi$  sú uhly rozptýleného polarizovaného svetla. Z rovnice je zrejmé, že svetlo s kratšou vlnovou dĺžkou je viac rozptýlené ako svetlo s dlhšou vlnovou dĺžkou.



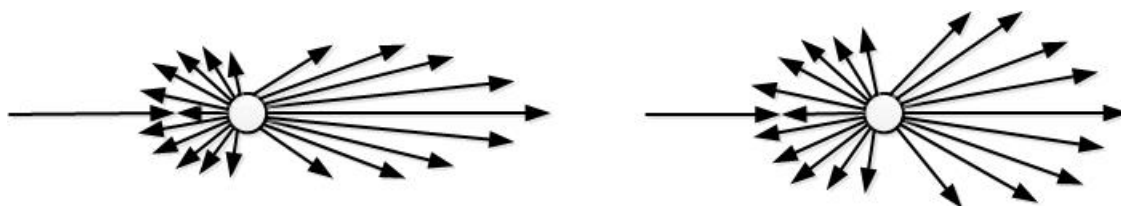
Obr. 4.4: Rayleighov rozptyl

Keď je veľkosť častíc 10 % z veľkosti vlnovej dĺžky dopadajúceho svetla, tak predný a zadný lalok je symetricky. [5]

### 4.3.3 Mieov rozptyl

Mieov rozptyl je podobný ako Rayleighov, ale rozdiel je vo veľkosti častíc, na ktorých nastáva. U Mieovho rozptylu sú častice zrovnateľné s vlnovou dĺžkou. Vzniká hlavne na aerosóloch (hmla, opar). Je taktiež elastický.

Ak je veľkosť častíc zrovnateľná s vlnovou dĺžkou dopadajúceho svetla, tak rozptýlené častice spôsobujú veľký predný lalok a na stranách sa začínajú objavovať malé laloky. Ak sa veľkosť častíc začína znižovať v porovnaní s vlnovou dĺžkou, dôjde k zväčšovaniu zadného laloku a k znižovaniu postranných lalokov rozptýlených častíc. [4, 5]



Obr. 4.5: Mieov rozptyl



### 4.3.4 Vplyv počasia

#### 4.3.4.1 Dážď

Dážď ovplyvňuje hlavne dosah bezvláknového optického spoja. Jeho vplyv je podstatne menší ako u hmly. Je to spôsobené veľkosťou kvapiek, ktoré sú podstatne väčšie ako u hmly. Polomer kvapiek je približne v rozpätí od 200 až 2000  $\mu\text{m}$ .

Pre zrážky 2.5 cm za hodinu je typický útlm spôsobený dažďom 6  $\text{dB} \cdot \text{km}^{-1}$ . Napríklad ak sú bezvláknové optické spoje nasadené v metropolitných sietiach, kde je vzdialenosť medzi jednotlivými spojmi menšia než 1 km dosahuje útlm spôsobený dažďom len 3  $\text{dB} \cdot \text{km}^{-1}$ . Avšak keď nastane prietrž mračen, kde sú zrážky väčšie ako 10 cm za hodinu, dôjde k nárastu útlmu daného spoja. [8] Útlm spôsobený dažďom je vyjadrený nasledujúcim vzťahom:

$$\alpha_{(dazd)} = 1.076 \cdot R^{0.67}, [\text{dB} \cdot \text{km}^{-1}], \quad (4.5)$$

kde  $R [\text{mm} \cdot \text{h}^{-1}]$  je počet zrážok za hodinu. [9, 10]

#### 4.3.4.2 Sneh

Snehové vločky sú tvorené ľadovými kryštálmi, ktoré majú rôzny tvar a veľkosť. Všeobecne je sneh väčší ako dažďové kvapky. Belosť snehových vločiek môžu obmedziť optický zväzok. Útlm spôsobený snehom, snehovou víchricou je približne 3 až 30  $\text{dB} \cdot \text{km}^{-1}$ . [8] Môžeme ho vyjadriť pomocou nasledujúcej rovnice:

$$\alpha_{(sneh)} = a \cdot S^b, [\text{dB} \cdot \text{km}^{-1}], \quad (4.6)$$

kde  $a$  a  $b$  sú koeficienty vlnovej dĺžky pri rôznom druhu snehu:

- Mokrý sneh

$$a = 0.0001023 \cdot \lambda_{(nm)} + 3.7855466, b = 0.72, \quad (4.7)$$

- Sypký sneh

$$a = 0.0000542 \cdot \lambda_{(nm)} + 5.4958776, b = 1.38. \quad (4.8)$$

[9, 10]

#### 4.3.4.3 Hmla

Hmla spôsobuje najväčší útlm pre bezvláknové optické spoje, pretože sa skladá z malých vodných kvapôčok, ktorých veľkosť je zrovnateľná s vlnovou dĺžkou svetla. [8] Hmla sa môže v atmosfére vyskytovať v rôznej koncentrácii. Pre výpočet útlmu v atmosfére sa používa koeficient meteorologickej viditeľnosti  $V_m$ . Je to vzdialenosť medzi prijímacou a vysielačou hlavicou, pre ktorú je priepustnosť atmosféry 2 % na vlnovej dĺžke 555 nm. V tomto prípade koeficient  $a$  predstavuje hodnotu 3.912 a pre 5 % priepustnosť atmosféry je koeficient  $a$  rovný 13. Tento vzorec odvodil P.W.Kruse v roku 1962:

$$\alpha_{(\lambda)} = \frac{a}{V_m} \left( \frac{\lambda}{555} \right)^{-q}, [\text{km}^{-1}] \quad (4.9)$$

#### 4 ATMOSFÉRICKÉ JAVY A ICH PREJAVY NA OPTICKÝ ZVÄZOK V PRIESTORE

kde  $\lambda$  je vlnová dĺžka v  $[nm]$  a koeficient  $q$  je závislý na viditeľnosti. Koeficient  $q$  je určený takzvaným Kimovým modelom. [11]

q	L[km]
1.6	pre $V > 50$ km
1.3	pre $6 \text{ km} < V < 50 \text{ km}$
$0.16V+0.34$	pre $1 \text{ km} < V < 6 \text{ km}$
$V - 0.5$	pre $0.5 \text{ km} < V < 1 \text{ km}$
0	pre $V < 0.5 \text{ km}$

Tabuľka 4.3: Kimov model koeficientu  $q$

Hmlu môžeme rozdeliť na advektívnu a konvektívnu hmlu. Útlm takýchto hmiel popisuje Naboulskeho vzťah. Advektívna hmla vzniká, ak teplý vzduch prúdi nad chladným povrchom. Vzduch v kontakte s povrchom sa ochladí, čo spôsobí kondenzáciu vodných pár. Útlm advektívnou hmlou je vyjadrený nasledujúcim vzťahom:

$$\alpha_{(adve)} = \frac{0.11478\lambda + 3.8367}{V_m}, [dB \cdot km^{-1}], \quad (4.10)$$

kde  $\lambda$  je vlnová dĺžka svetla a  $V_m$  je viditeľnosť. Konvektívna hmla vzniká hlavne v noci v nižinatých oblastiach, keď je zahriaty zemský povrch ochladzovaný studeným vzduchom pri priaznivých poveternostných podmienkach (pomalá rýchlosť vetra, vysoká vlhkosť, jasno). Pri kontakte vzduchu s týmto povrchom dôjde ku kondenzácii vodných pár:

$$\alpha_{(kon)} = \frac{0.18126\lambda^2 + 0.13709 + 3,8367}{V_m}, [dB \cdot km^{-1}], \quad (4.11)$$

kde  $\lambda$  je vlnová dĺžka svetla a  $V_m$  je viditeľnosť. [9, 10]

V tabuľke 4.4 môžeme vidieť útlmy prostredia spôsobené rôznym počasím.

#### 4 ATMOSFÉRICKÉ JAVY A ICH PREJAVY NA OPTICKÝ ZVÄZOK V PRIESTORE

Počasie	Zrážky	Množstvo [mm/h]	Viditeľnosť	Útlm [dB/km]
Hustá hmla			0 - 50 m	271.65
Menej hustá hmla			200 m	59.57
Mierná hmla	Sneh		500 m	20.99
Ľahká hmla	Sneh, Prietrž mračien	100	770 m - 1 km	12.65 - 9.26
Slabá hmla	Sneh, Hustý dážď	25	1.9 - 2	4.22 - 3.96
Opar	Sneh, Mierny dážď	12.5	2.8 - 4 km	2.58 - 1.62
Ľahký opar	Sneh, Ľahký dážď	2.5	5.9 - 10 km	0.96 - 0.44
Čistá obloha	Sneh, Mrholenie	0.25	18.1 - 20 km	0.24 - 0.22
Veľmi čistá obloha			23 - 50 km	0.19 - 0.06

Tabuľka 4.4: Jednotlivé útlmy atmosféry v závislosti na počasí [8]

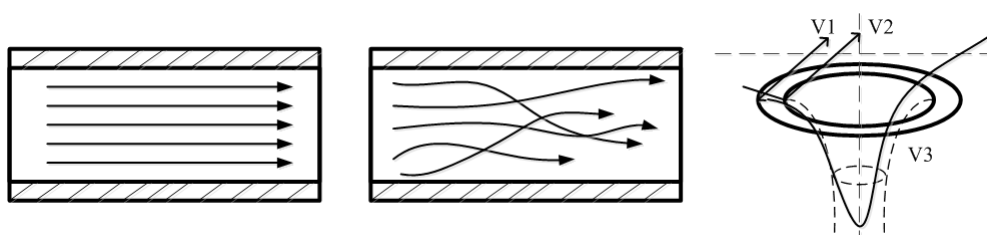
### 5 Prúdenie a turbulencie tekutín

Prúdenie skutočných tekutín môžeme rozdeliť na laminárne, turbulentné a vírové prúdenie.

**Laminárne prúdenie** - je ustálené prúdenie reálnej tekutiny malou rýchlosťou. U prúdnic nedochádza k ich zmiešavaniu a pohybujú sa v smere šírenia.

**Turbulentné prúdenie** - je také prúdenie, keď jeho premenné vykazujú chaotické fluktuácie v priestore a čase.

**Vírové prúdenie** - predstavuje krúživý pohyb vzduchu okolo krivky, ktorá tvorí jeho osu. Na začiatku víru dochádza k nárastu rýchlosti a poklesu tlaku v smere k jeho ose. Neskôr rýchlosť postupne klesá smerom ku stredu až na nulovú hodnotu. Tá je priamo na ose víru. [18]



Obr. 5.1: Laminárne, turbulentné a vírové prúdenie

Rozdiel medzi laminárnym a turbulentným prúdením je daný Reynoldsovým číslom. Reynoldsové číslo je definované na základe rýchlostí prúdenia tekutiny, geometrickým rozmerom a fyzikálnymi vlastnosťami tekutiny. Reynoldsové číslo je definované nasledujúcim vzťahom:

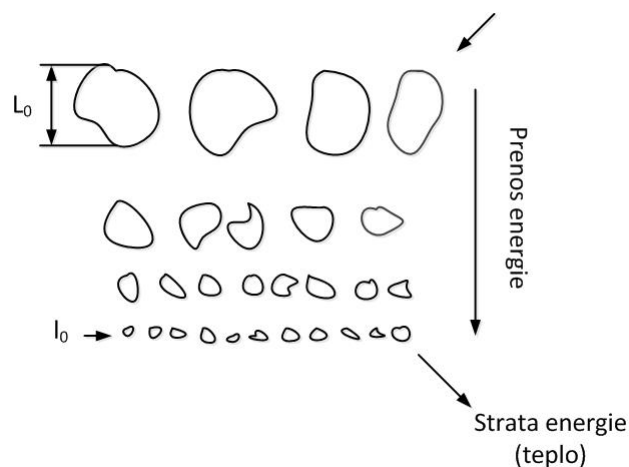
$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu}, [-], \quad (5.1)$$

kde  $v [m \cdot s^{-1}]$  je rýchlosť prúdenia danej tekutiny,  $d$  je priemer otvoru, napríklad priemer vstupu a  $\nu [m^2 \cdot s^{-1}]$  je viskozita tekutiny.

Pre zistenie prúdenia sa používa nasledujúci vzťah:  $2320 < Re < 4000$ . Ak je Reynoldsovo číslo menšie než 2320 ide o laminárne prúdenie a ak je väčšie ako 4000 jedná sa o turbulentné prúdenie. Medzi týmito hodnotami sa nachádza takzvaný prechodový stav. [12]

#### 5.1 Turbulentné prúdenie

Turbulentné prúdenie je tvorené priestorovými štruktúrami nazývanými turbulentné víry. Môžu mať rôzne veľkosti. Veľkosť najväčších vírov  $L_0$  je daná rozmermi oblastí, kde vznikajú. V danej oblasti nemôže vzniknúť väčší vír než je jej rozmer. Veľkosť najmenších vírov  $l_0$  je daná fyzikálnou vlastnosťou tekutiny, jej viskozitou. Veľké víry sa postupne rozpadávajú na menšie, až dosiahnú najmenej možnej veľkosti obrázok 5.2. Najmenšie víry potom zanikajú stratou energie na teplo. [13]



Obr. 5.2: Kaskádny prenos turbulentného prúdenia

Vlastnosti turbulentného prúdenia sú:

- **Náhodný pohyb častíc tekutiny**

Pohyb častíc je zložený z usporiadaného stredného pohybu a náhodných fluktuácií. Pri fluktuácií môže dôjsť k presunu molekuly z oblasti s väčšou rýchlosťou do oblasti s menšou rýchlosťou a pri náraze do inej molekuly sa spomalí a odovzdá jej časť svojej hybnosti. Keď prejde molekula z oblasti s nižšou rýchlosťou do oblasti s väčšou rýchlosťou, dôjde k zväčšeniu jej hybnosti. Vďaka tomuto dochádza k zdieľaniu hybnosti medzi jednotlivými oblasťami tekutiny. Dôjde k takzvanému treniu tekutiny, čo spôsobuje odpor proti prúdeniu.

- **Tečné napätie**

Vzniká u turbulentného prúdenia. Je určené vnútorným trením v tekutine, rýchlostným gradientom a zmenou hybnosti makroskopických častíc v dôsledku ich prenikania medzi vrstvami. V dôsledku toho vznikne prídavné turbulentné prúdenie.

- **Turbulentná viskozita**

Predstavuje zložitú funkčnú závislosť stavu prúdiacej tekutiny a polohy uvažovaného bodu. Ide vlastne o zdieľanie hybnosti spôsobenej fluktuáciami a vzdialenosti od steny. Preto rýchlostný profil u turbulentného prúdenia je viac plochy ako je tomu u laminárneho prúdenia.

- **Difúzny charakter turbulencie**

Gradients rýchlosti vyvolané turbulentnými fluktuáciami rýchlosti sú zdrojom väzkých napätí a disipácie energie. V dôsledku toho dochádza ku zvyšovaniu vnútornej energie tekutiny na úkor kinetickej energie turbulencie. Turbulencia preto potrebuje trvalý prísun energie, inak zanikne. [12]

### 5.2 Atmosférické turbulencie

V atmosfére dochádza k fluktuáciám teploty, k zmenám rýchlosti a tlaku. V dôsledku toho dochádza k zmenám indexu lomu. Tieto zmeny pri bežnom optickom spoji spôsobujú vychýľovanie optického lúča alebo fluktuácie optickej intenzity. Jednotlivé zmeny v atmosfére, pri ktorých dochádza k zmenám indexu lomu nazývame optické turbulencie. Tie môžeme rozdeliť na termické (teplotné) a mechanické turbulencie.

- **Termická turbulencie**

Termická turbulencia je založená na fakte, že teplejší vzduch má menšiu hustotu než studený a preto dochádza k jeho vertikálnemu pohybu. Vzduch sa ohrieva tesne nad zemským povrchom v menších oblastiach a postupne so stúpajúcou výškou dochádza k spájaniu týchto oblastí do väčších mäs. V dôsledku rozdielnej teploty týchto mäs teplého vzduchu a okolitého chladnejšieho vzduchu dochádza ku zmenám indexu lomu atmosféry a tým aj k ovplyvňovaniu optického lúča.

- **Mechanická turbulencia**

Mechanické turbulencie vznikajú v dôsledku prúdenia vzduchu cez prekážky ako sú lesy, kopce, údolia, budovy atď. Pri zemskom povrchu, kde nie je veľké zvrásnenie povrchu je táto turbulencia slabšia. [16]

#### 5.2.1 Zmeny (fluktuácie) rýchlosti vetra

Kolmogorov model predpokladá, že dochádza k postupnému zmenšovaniu jednotlivých vírov o veľkosti  $L_0$  až po veľkosť najmenších vírov  $l_0$ , ktoré sa následne rozpadnú vo forme tepla, obrázok 5.2. Kolmogorov vytvoril model, ktorý popisuje štruktúrnú funkciu zmenu rýchlosti vetra pozdĺž vektoru  $\mathbf{R}$  medzi dvoma bodmi v priestore. Tento vzťah vyzerá nasledovne:

$$D_{RR}(\mathbf{R}) = \langle (V_1 + V_2)^2 \rangle = C_v^2 R^{2/3}, l_0 \ll R \ll L_0, \quad (5.2)$$

kde  $V_1$  a  $V_2$  predstavujú zložky rýchlosti v dvoch bodoch oddelených vzdialenosťou  $R$  a  $C_v^2$  predstavuje štruktúrny parameter rýchlosti vetra [ $m^{4/3}/s^2$ ]. Štruktúrny parameter súvisí s rýchlosťou disipácie energie turbulentného víru  $\varepsilon$ . A je daný nasledujúcou rovnicou: [14]

$$C_v^2 = 2\varepsilon^{2/3}. \quad (5.3)$$

#### 5.2.2 Zmeny (fluktuácie) teploty

Kolmogorov model môže byť uplatnený taktiež pri zmene teploty. Teplotné výkyvy sú považované za pasívne, pretože nedochádza k výmene tepelnej energie s rýchlosťou turbulencie. Teplota má taktiež svoj vnútorný  $l_0$  a vonkajší rozmer  $L_0$ , pre ktoré tiež

## 5 PRÚDENIE A TURBULENCIE TEKUTÍN

dochádza k disipácii energie v podobe molekulovej difúzií. Rozšírením Kolmogorovej teórie dostaneme štruktúrnú funkciu teploty:

$$D_T(\mathbf{R}) = \langle (T_1 - T_2)^2 \rangle = \begin{cases} C_T^2 l_0^{-4/3} R^2, & 0 \leq R \ll l_0 \\ C_T^2 R^{2/3}, & l_0 \ll R \ll L_0, \end{cases} \quad (5.4)$$

kde  $T_1$  a  $T_2$  vyjadrujú teplotu dvoch bodov od seba vzdialených o vzdialenosť  $R$  a  $C_T^2$  je štruktúrny parameter teploty, ktorý má základnú jednotku  $[deg^2 \cdot m^{2/3}]$ . Vnútorý rozmer  $l_0$  je daný vzťahom:

$$l_0 = 5,8 (D^3 / \varepsilon)^{1/4}, \quad (5.5)$$

kde  $D$  je teplotná vodivosť vzduchu  $[m^2 \cdot s^{-1}]$ . [14]

### 5.2.3 Zmeny (fluktuácie) indexu lomu

Index lomu  $n$  patrí k najvýznamnejším parametrom atmosféry pri šírení optických vln. Je veľmi citlivý na kolísanie teploty. Najmä kolísanie teploty v kombinácii s veternými turbulenciami vyvolávajú náhodný charakter správania indexu lomu. V ľubovoľnom priestorovom bode  $\mathbf{R}$  a čase  $t$  môže byť index lomu vyjadrený nasledujúcim vzťahom:

$$n(\mathbf{R}, t) = n_0 + n_1(\mathbf{R}, t), \quad (5.6)$$

kde  $n_0 = \langle n(\mathbf{R}, t) \rangle \cong 1$  je priemerná hodnota indexu lomu a  $n_1(\mathbf{R}, t)$  predstavuje náhodnú odchýlku od priemernej hodnoty. Časové zmeny v indexe lomu sú často potlačené pri šírení optických vln. To znamená, že vlna udržuje jednotnú frekvenciu počas šírenia. To môže byť vyjadrené nasledujúcim vzťahom:

$$n(\mathbf{R}) = 1 + n_1(\mathbf{R}), \quad (5.7)$$

kde  $n(\mathbf{R})$  je normalizovaný podľa priemernej hodnoty  $n_0$ . Index lomu pre viditeľnú a infračervenú oblasť môžeme  $n(\mathbf{R})$  vyjadriť nasledovne:

$$n(\mathbf{R}) = 1 + 77,6 \cdot 10^{-6} (1 + 7,52 \cdot 10^{-3} \lambda^{-2}) \frac{P(\mathbf{R})}{T(\mathbf{R})} \cong 1 + 79 \cdot 10^{-6} \frac{P(\mathbf{R})}{T(\mathbf{R})}, \quad (5.8)$$

kde  $\lambda$  je vlnová dĺžka v  $[\mu m]$ ,  $P$  je tlak v milibaroch, a  $T$  je teplota vyjadrená v kelvinoch  $[K]$ . Pre štatisticky homogénnu a izotropnú turbulenciu existuje vzťah štruktúrnej funkcie indexu lomu:

$$D_n(R) = 2 [B_n(0) - B_n(R)] = \begin{cases} C_n^2 l_0^{-4/3} R^2, & 0 \leq R \ll l_0 \\ C_n^2 R^{2/3}, & l_0 \ll R \ll L_0, \end{cases} \quad (5.9)$$

kde  $C_n^2$  je štruktúrny parameter indexu lomu v jednotkách  $[m^{-2/3}]$ . Tento parameter určuje mieru zmeny indexu lomu. Štruktúrny parameter indexu lomu je odvodený zo štruktúrneho parameteru teploty.

$$C_n^2 = \left( 79 \cdot 10^{-6} \frac{P}{T_2} \right)^2 C_T^2. \quad (5.10)$$

## 5 PRÚDENIE A TURBULENCIE TEKUTÍN

Hodnoty  $C_n^2$  sa pohybujú typicky v rozmedzí od  $10^{-17} m^{-2/3}$  alebo menej za podmienok slabej turbulencie a až do  $10^{-13} m^{-2/3}$  alebo viac keď sa jedná o silnú turbulenciu. Ak sa jedná o horizontálnu trasu, ktorá sa nachádza v konštantnej výške a v krátkom časovom úseku, môžeme parameter  $C_n^2$  pokladať za konštantný. [14]

Hodnota  $C_n^2$  sa mení aj s rastúcou nadmorskou výškou a zmenou ročného obdobia. Do výšky 3 až 5 km postupne klesá. Vo výške 10 km zase dosahuje svojho maxima a postupne so zväčšujúcou sa nadmorskou výškou začína zase klesať. Experimentálnymi meraniami bol stanovený takzvaný Hufnágelov model ktorý najlepšie popisuje správanie  $C_n^2$  vo výške od 3 do 20 km:

$$C_n^2 = \left\{ \left[ 2 \cdot 10^{-53} H^{10} \left( \frac{W}{27} \right)^2 \right] e^{\left(-\frac{H}{1000}\right)} + 10^{-16} e^{\left(-\frac{H}{1500}\right)} \right\} e^{[u(H,t)]}, \quad (5.11)$$

kde  $H$  je nadmorská výška v metroch,  $W$  predstavuje vertikálny priemer druhej mocniny rýchlosti vetra a  $u$  je náhodná premenná, ktorá určuje náhodný charakter modelovaného profilu. Hodnota  $W$  je definovaná nasledujúcim vzťahom:

$$W^2 = \frac{1}{1500} \int_{5000}^{20000} v^2(H) dH. \quad (5.12)$$

Jedným z ďalších modelov, ktorý sa dá použiť nad zemským povrchom je model Hufnágel-Valleyov. Ten je daný nasledujúcim vzťahom

$$C_n^2 = 0,00594 \left( \frac{W}{27} \right)^2 (H \cdot 10^{-5})^{10} e^{\left(-\frac{H}{1000}\right)} + 2,7 \cdot 10^{-16} e^{\left(-\frac{H}{1500}\right)} + A e^{\left(-\frac{H}{100}\right)}, \quad (5.13)$$

kde  $W$  je obvykle nastavená na  $21 m \cdot s^{-1}$  a  $A$  do  $1,7 \cdot 10^{-14} m^{-2/3}$ . Ďalšou formou tohto modelu je model  $HV_{5/7}$ . Jeho výsledkom je koherentná dĺžka  $r_0 = 5 cm$  a uhol vychýlenia vplyvom turbulencie je  $\Phi_0 = 7 \mu rad$  pre vlnovú dĺžku  $500 nm$ . Tento model je typický pre používanie v nočnej dobe. Pre dennú dobu už však nie je presný. [5]

### 5.2.4 Vplyv atmosferických turbulencií na optický zväzok

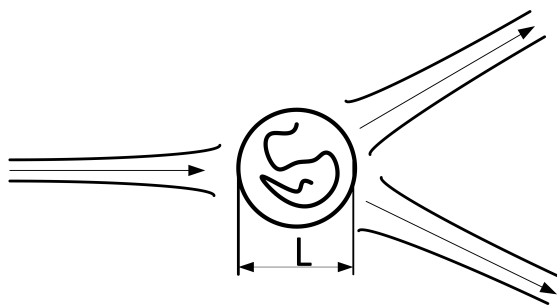
Turbulencie majú rôzny vplyv na šírenie Gaussovského zväzku v atmosfére. Ak je veľkosť trubulencie väčšia než pološírka zväzku  $W$  dôjde k odkloneniu zväzku, obrázok 5.3. Ak je ale veľkosť turbulencie porovnateľná so šírkou zväzku, dochádza k zmene divergentného uhlu v dôsledku toho, že turbulencia sa správa ako šošovka, obrázok 5.4. V prípade, keď sú turbulencie omnoho menšie než je šírka zväzku, dochádza k jeho rozptylu, obrázok 5.5. [17]

#### 5.2.4.1 Scintilácia

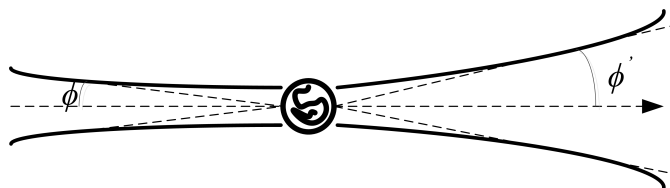
Atmosférické turbulencie spôsobujú fluktuáciu optickej intenzity, tento jav sa nazýva scintilácia. Býva vyjadrená relatívnou variáciou optickej intenzity  $\sigma_I^2$  prijímaného signálu:

$$\sigma_I^2 = \frac{\langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2}{\langle I \rangle^2} = \frac{\langle I^2 \rangle}{\langle I \rangle^2} - 1, \quad (5.14)$$

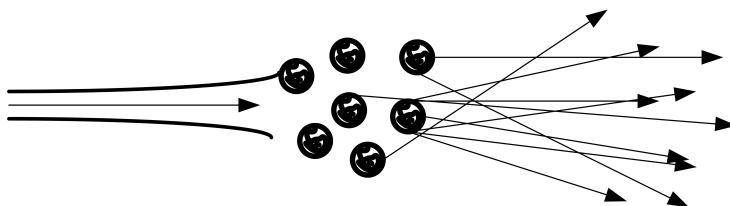




Obr. 5.3: Vplyv veľkosti turbulencie na šírenie zväzku



Obr. 5.4: Vplyv veľkosti turbulencie na šírenie zväzku



Obr. 5.5: Vplyv veľkosti turbulencie na šírenie zväzku

kde  $I$  je optická intenzita optického zväzku. Ak  $\sigma_I^2 \ll 1$  môžeme použiť Rytovovu aproximáciu, ktorá pracuje aj so štruktúrnym parametrom indexu lomu  $C_n^2$ :

$$\sigma_I^2 = K \cdot C_n^2 \cdot k^{7/6} \cdot L^{11/6}, \quad (5.15)$$

kde  $K$  predstavuje konštantu pre rovinnú vlnu 1.23 a pre sférickú vlnu 0.5,  $C_n^2$  je štruktúrny parameter indexu lomu,  $k$  je vlnové číslo,  $L$  predstavuje vzdialenosť medzi vysielačom a prijímačom. Ak je relatívna zmena indexu lomu menšia než 1  $\sigma_I^2 < 1$  jedná sa o slabé turbulencie a ak táto podmienka neplatí jedná sa o silné turbulencie. [17]

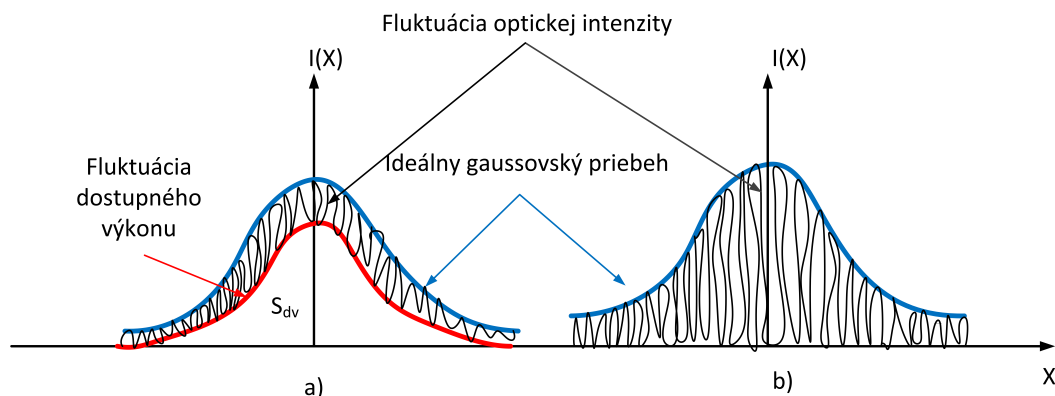
### 5.2.4.2 Turbulentný útlm

Z Rytovovej aproximácie sa dá určiť stredná veľkosť útlmu, ktorá je spôsobená turbulenciami nasledovne:

$$\alpha_{turb} = 2 \cdot \sqrt{23.17 \cdot C_n^2 \cdot k^{7/6} \cdot L^{11/6}}. \quad (5.16)$$

## 5 PRÚDENIE A TURBULENCIE TEKUTÍN

Ďalšia metóda, ktorou môžeme určiť turbulentný útlm je metóda dostupného výkonu. Používa sa pri zdrojoch žiarenia, ktoré majú Gaussovske rozloženie intenzity.



Obr. 5.6: Fluktuácia prijatého optického signálu a medzný prípad fluktuácie

Intenzita vplyvom turbulencie stochasticky mení svoju úroveň a dochádza k nestabilite v čase.

Dostupná úroveň výkonu je definovaná funkciou  $f(x)$  ako spodná turbulentná obálka. Na obrázku 5.6 a) je definovaná oblasť dostupného výkonu ako  $S_{dv}$ :

$$S_{dv} = \int f(x) dx. \quad (5.17)$$

Tento vzťah však je iba pre 2D oblasť, čiže iba pre osu X. Pretože Gaussovský zväzok je trojrozmerný, musíme definovať nový vzťah a to následovne:

$$V_{dv} = \int \int f(x) dx dy. \quad (5.18)$$

Pre ideálnu bezturbulentnú atmosféru môžeme veľkosť dostupného objemu výkonu označiť ako  $V_{dv0}$  a pre prípad maximálnej fluktuácie je  $V_{dvmax} = 0$ . Potom útlm turbulentnou atmosférou môžeme stanoviť nasledovne:

$$\alpha_{turb} = 10 \log V_{dvR}, \quad (5.19)$$

kde  $V_{dvR}$  predstavuje relatívny dostupný výkon a je vyjadrený pomerom nameraného dostupného výkonu k ideálnemu výkonu. [17]

### 5.2.4.3 Vplyv turbulencie na priestorovú koherenciu zväzku

Turbulencie v atmosfére taktiež ovplyvňujú stratu priestorovej koherencie prechádzajúcej vlny. Fázový rozdiel  $\Delta\phi$  je vyvolaný veľkosťou turbulencie v závislosti na vzdialenosti medzi dvoma bodmi  $r_1$  a  $r_2$  a zmenou indexu lomu po celej dĺžke trasy:

$$\Delta\phi = \phi(r_1) - \phi(r_2) = \phi_0 - k \int_0^L n(z) dz. \quad (5.20)$$

Štruktúrna funkcia fázy  $D_\phi$  popisuje mieru zmeny fázy vlny. Pre horizontálny smer je  $D_\phi$  popísaný nasledujúcou rovnicou:

**Rovinná vlna**

$$D_\phi(|r_1 - r_2|) = 2.91 \cdot k^2 \cdot \left( \int_0^L C_n^2(z) dz \right) \cdot k^2 |r_1 - r_2|^{5/3}. \quad (5.21)$$

**Sférická vlna**

$$D_\phi(|r_1 - r_2|) = 2.91 \cdot k^2 \cdot \left( \int_0^L C_n^2(z) \cdot \left( \frac{z}{L} \right)^{5/3} dz \right) \cdot k^2 |r_1 - r_2|^{5/3}. \quad (5.22)$$

Štruktúrna funkcia zmeny fázy môže byť vyjadrená aj pomocou Friedovho parametru následovne:

$$D_\phi(|r_1 - r_2|) = 6.88 \left( \frac{|r_1 - r_2|}{r_0} \right)^{5/3}, \quad (5.23)$$

kde  $r_0$  predstavuje Friedov parameter, ktorý je meradlom narušenia fázy vlny, konštanta 6,88 je stanovená pre prípad keď skreslenie volnoploch v danej vzdialenosti je približne 1 rad zo strednej hodnoty štvorca rozdielu fázy. Pre atmosféru bez turbulencií Friedov parameter  $r_0$  sa blíži k nekonečnu. Ak sila turbulencie narastá tak Friedov parameter sa znižuje. [17]

Pre horizontálnu komunikáciu môžeme teda parameter  $r_0$  definovať následovne:

**Rovinná vlna**

$$r_0 = 1.68 (k^2 L C_n^2)^{-3/5}. \quad (5.24)$$

**Sférická vlna**

$$r_0 = 3.02 (k^2 L C_n^2)^{-3/5}. \quad (5.25)$$

Pre vertikálnu komunikáciu sa určuje takto:

$$r_0 = 0.185 \lambda^{6/5} (\cos\psi)^{-3/5} \left( \int_0^\infty C_n^2(h) dh \right)^{-3/5}, \quad (5.26)$$

kde  $\psi$  je uhol medzi povrchom zeme a vysielačným lúčom a  $h$  predstavuje nadmorskú výšku. [17]

## 6 Matematické modelovanie turbulentného prúdenia

Na modelovanie prúdenia môžeme použiť tri základné prístupy:

1. **Metóda priamej numerickej simulácie (Direct Numerical Simulation - DNS)**  
Táto metóda teoreticky dovoľuje riešiť celé spektrum veľkosti turbulentných zmien. Nemodeluje turbulencie ale rieši Navier-Stokesovú rovnicu s vysokou presnosťou. Pre túto metódu je veľmi dôležitá jemná výpočtová sieť. Veľkosť buniek výpočtovej siete by mala odpovedať veľkosti najmenších vírov. Pri tejto metóde je taktiež potreba veľmi veľký počet elementov siete a časovo závislá simulácia je s veľmi malým časovým krokom. Je potrebný veľký výkon výpočtovej techniky, a preto sa používa iba pre výskumné účely. Môžeme ju použiť pri riešení úloh s malou jednoduchou geometriou a veľmi nízkym Reynoldsovým číslom. Poskytuje však dokonalý obraz fyziky prúdenia tekutiny. [3]
2. **Metóda veľkých vírov (Large Eddy Simulation - LES)**  
Hybnosť, hmota, energia a ďalšie veličiny sú prenášané prevažne veľkými vírmi. Táto metóda je teda založená na riešení veľkých vírov, ktoré sa dajú zachytiť výpočtovou sieťou. Simulácie používajú filtrovanú 3D nestacionárnu Navier-Stokesovú rovnicu. Pre malé turbulentné víry, pre ktoré je jednoduchšie nájsť univerzálny model, sa používa modelovanie subgridnými modelmi. Tie sú následne odstránené pomocou filtrovania turbulentného poľa. Vďaka tomu že sa riešia len veľké víry môžeme použiť hrubšiu sieť a väčší časový krok. Veľkou nevýhodou tejto metódy je použitie veľmi jemnej siete u stien vo všetkých troch smeroch, pretože tu sú veľké mierky v turbulentnom spektre geometricky veľmi malé. [3]
3. **Metóda časového (Reynoldsovho) stredovania (Reynolds Averaged Navier-Stokes - RANS)**  
Táto metóda je schopná riešiť všetky veľkosti turbulentných vírov a rieši teda časové spriemerované hodnoty prúdenia, čo výrazne znižuje nároky na výpočtový výkon, ale i tak poskytuje požadovanú presnosť. Simulácia je tvorená Navier-Stokesovými rovnicami stredovaných podľa Reynoldsa. Existuje viac typov modelov RANS. Napríklad modely typu  $k - \epsilon$ ,  $k - \omega$  a ďalšie používajú navyše turbulentnú viskozitu. Jednotlivé modely RANS boli použité aj v tejto diplomovej práci a budú dôkladnejšie popísané v nasledujúcich kapitolách. [3]

### 6.1 Reynoldsová rovnica a Reynoldsové stredovanie

K popisu turbulentného poľa metóda RANS používa pravdepodobnostný-štatistický prístup. Je založený na priemerovaní súboru dát. Ak sa jedná o stacionárnu turbulenciu je najlepšie použiť stredovanie časové. Okamžité hodnoty veličín, ktoré popisujú turbulentné prúdenia môžeme rozložiť na časovo stredovanú a fluktuačnú zložku: [3]

$$\zeta = \bar{\zeta} + \zeta' \quad (6.1)$$

kde

$$\bar{\zeta} = \frac{1}{T} \int_0^T \zeta dt; \bar{\zeta}' = 0. \quad (6.2)$$

Keď dosadíme súčet časovo stredovanej a fluktuačnej hodnoty do rovnice kontinuity tak dostaneme:

$$\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_j} = 0. \quad (6.3)$$

Po časovom stredovaní platí:

$$\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}'_j}{\partial x_j} = 0. \quad (6.4)$$

Potom rovnica kontinuity pre stredovanú hodnotu má tvar:

$$\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} = 0, \quad (6.5)$$

a rovnica pre fluktuačnú zložku má tvar:

$$\frac{\partial u'_j}{\partial x_j} = 0. \quad (6.6)$$

Podobne môžeme dosadiť aj do Navierovej-Stokesovej rovnice ak predpokladáme, že  $f_i = \bar{f}_i$  a  $\rho = \bar{\rho}$  a dostaneme:

$$\frac{\partial(\bar{u}_i + u'_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}_i + u'_i)(\bar{u}_j + u'_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial(\bar{p} + p')}{\partial x_i} + \frac{\partial^2(\bar{u}_i + u'_i)}{\partial x_j^2} + f_i. \quad (6.7)$$

Výsledkom je Reynoldsová rovnica, ktorá je daná vzťahom:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u'_i u'_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j^2} + f_i, \quad (6.8)$$

a pre fluktuačné zložky je:

$$\frac{\partial(u'_i)}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i u'_j}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_i \bar{u}_j}{\partial x_j} + \frac{\partial(u'_i u'_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial(p')}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2(u'_i)}{\partial x_j^2} + f_i, \quad (6.9)$$

kde člen  $-\overline{u'_i u'_j}$  vynásobený hustotou  $\rho$  predstavuje takzvaný tenzor Reynoldsovoho turbulentného napätia. Toto napätie vzniká iba pri turbulentnom prúdení. [12]

$$\tau = \rho \cdot \begin{bmatrix} \overline{u' \cdot u'} & \overline{u' \cdot v'} & \overline{u' \cdot w'} \\ \overline{v' \cdot u'} & \overline{v' \cdot v'} & \overline{v' \cdot w'} \\ \overline{w' \cdot u'} & \overline{w' \cdot v'} & \overline{w' \cdot w'} \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

Tento tenzor ešte spôsobuje dodatkové deformácie tekutiny, ktoré sa vyskytujú iba u turbulentného prúdenia. [13]

### 6.2 Boussinesquová hypotéza

Pri matematických modeloch turbulencie je základom popis lokálneho stavu vírovou viskozitou, ktorá je vyjadrená pomocou rýchlostnej  $u$  a diaľkovej mieri  $l$ . Je daná vzťahom:

$$\mu_t \approx l \cdot u. \quad (6.11)$$

Potom cieľom modelov turbulencie je vyjadriť turbulentné napätie a toky tepla pomocou zvolenej mierky a určiť ich rozloženie v prúdovom poli.

Boussinesquová hypotéza o turbulentnej viskozite predpokladá, že turbulentné napätie a turbulentné toky sú úmerné gradientu strednej rýchlosti, teploty, koncentrácie atď. Boussinesquovu hypotézu o turbulentnej viskozite môžeme vyjadriť vzťahom:

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left( \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}, \quad (6.12)$$

kde  $k$  predstavuje turbulentnú kinetickú energiu:

$$k = \frac{\overline{u'_j u'_i}}{2}. \quad (6.13)$$

Turbulentná viskozita nie je vlastnosť kvapaliny ale prúdenia. Je veľmi závislá na miere turbulencie. [12]

Boussinesquova hypotéza sa využíva napríklad v modeloch ktoré majú nižšie výpočtové nároky na určenie turbulentnej viskozity. Medzi takéto modely patria napríklad modely  $k - \omega$  alebo  $k - \varepsilon$ . Tieto modely sú popísané nižšie. [3]

### 6.3 RANS modely turbulencií

V tejto podkapitole sú popísané výpočtové modely metódy RANS, ktoré boli použité v praktickej časti pre výpočet modelov prúdenia vzduchu a prúdenia s prestupom tepla. Program, v ktorom boli tieto modely počítané sa nazýva ANSYS FLUENT 15. Tieto modely môžeme rozdeliť na:

- **$k - \varepsilon$  (Standard, RNG, Realizable)**

Modely  $k - \varepsilon$  využívajú dvojrovnícové modely turbulencie. Preto riešením dvoch samostatných transportných rovníc určíme diaľkové a časové meradlo. Pomocou Boussinesquovej hypotézy riešia transportné rovnice pre  $k$  a  $\varepsilon$  a modelujú Reynoldsové napätie pomocou turbulentnej viskozity  $\mu_t$ .

- **$k - \omega$  (Standard, SST)**

Tieto modely sú tiež dvojrovnícové a podobne ako modely  $k - \varepsilon$  riešia dve diferenciálne rovnice. Lepšie predikujú záporný tlakový spád, medznej vrstvy a odtrhnutie prúdenia, nárast od modelov  $k - \varepsilon$ .

### 6.3.1 Standard k - $\varepsilon$ model

Hlavným predpokladom tohto modelu je, že prúdenie je plne turbulentné a efekt molekulárnej viskozity je zanedbateľný. Preto je model používaný len pre vysoké Reynoldsové čísla. Má nadmernú difúziu pre veľa situácií ako je napríklad veľké zakrivenie prúdu, víry, rotácia, a nižšie Reynoldsové čísla. Preto sa postupne tento model upravoval až vznikli ďalšie modifikácie, ktoré využívajú jeho výhody a snažia sa odstrániť jeho nedostatky. [3]

Disipáciu kinetickej energie  $\varepsilon$  a kinetickú energiu turbulencie  $k$  získame z nasledujúcich rovníc:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon + Y_M + S_k, \quad (6.14)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon, \quad (6.15)$$

kde  $G_k$  predstavuje generovanú kinetickú energiu turbulencie  $k$  v dôsledku gradientu strednej rýchlosti,  $G_b$  je tiež generovanie kinetickej energie turbulencie ale v dôsledku vztaku,  $Y_m$  predstavuje príspevok od zmien dilatácií pri stlačiteľnom turbulentnom prúdení k celkovej disipácii.  $C_{1\varepsilon}$ ,  $C_{2\varepsilon}$ ,  $C_{3\varepsilon}$  sú konštanty modelu,  $\sigma_k$ ,  $\sigma_\varepsilon$  sú taktiež konštanty modelu ale predstavujú turbulentné Prandtlóve čísla pre  $k$  a  $\varepsilon$  a  $S_k$ ,  $S_\varepsilon$  sú užívateľom definované zdrojové členy.

Viskozita turbulencie je vypočítaná podľa nasledujúceho vzťahu:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad (6.16)$$

kde  $C_\mu$  je konštanta modelu. Tieto hodnoty konštánt boli určené z experimentov a sú uvedené v nasledujúcej tabuľke 6.1. [3]

$C_{1\varepsilon}$	$C_{2\varepsilon}$	$C_\mu$	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$
1.44	1.92	0.09	1	1.3

Tabuľka 6.1: Základné hodnoty konštánt [3]

Konštanta  $C_{3\varepsilon}$  býva ovplyvňovaná vztlakom a nie je určená jej základná hodnota. Ale dá sa určiť podľa vzťahu:

$$C_{3\varepsilon} = \tanh \left| \frac{v}{u} \right|, \quad (6.17)$$

kde  $v$  je rýchlosť prúdenia rovnobežná so smerom vektoru gravitácie a  $u$  je tiež rýchlosť prúdenia ale kolmá na smer vektoru gravitácie.

### 6.3.2 RNG k - $\varepsilon$ model

Model RNG je podobný modelu Standard. Narozdiel od modelu Standard ma nový člen  $R_\varepsilon$  v rovnici pre  $\varepsilon$ . Tento člen slúži k zlepšeniu presnosti pri veľkých rýchlostiach deformácie. Zvyšuje presnosť pre vírové prúdenie tým, že zahrňuje účinok vírov na turbulencie. Obsahuje analytický vzorec pre turbulentné Prandtlóve čísla a analytickú diferenciálnu rovnicu pre efektívnu viskozitu  $\mu_{eff} = \mu + \mu_T$ . Preto je model presnejší a je možné ho uplatniť pre väčší rozsah typu prúdenia než Standard model. Kinetickú energiu turbulencie  $k$  a disipáciu kinetickej energie  $\varepsilon$  určíme z nasledujúcich transportných rovníc:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \alpha_k \mu_{eff} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k, \quad (6.18)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \alpha_\varepsilon \mu_{eff} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} - R_\varepsilon + S_\varepsilon, \quad (6.19)$$

kde  $G_k$  predstavuje generovanie kinetickej energie turbulencie  $k$  v dôsledku gradientu strednej rýchlosti,  $G_b$  je generácia kinetickej energie v dôsledku vztlaku,  $Y_M$  predstavuje príspevok od zmien dilatácií pri stlačiteľnom turbulentnom prúdení k celkovej disipácii. Ďalej rovnica obsahuje konštanty modelu  $C_{1\varepsilon}$ ,  $C_{2\varepsilon}$ ,  $C_{3\varepsilon}$ . Následné  $\alpha_k$ ,  $\alpha_\varepsilon$  sú inverzné efektívne Prandtlóve čísla pre  $k$  a  $\varepsilon$  a  $S_k$ ,  $S_\varepsilon$  sú užívateľom definované zdrojové členy. Člen  $R_\varepsilon$  spočítame nasledujúcim vzťahom: [3]

$$R_\varepsilon = \frac{C_\mu \rho \eta^3 (1 - \eta/\eta_0) \varepsilon^2}{1 + \beta \eta^3 k}, \quad (6.20)$$

kde  $\eta = Sk/\varepsilon$ ,  $\eta_0 = 4.38$  a  $\beta = 0.012$ .

Jednotlivé modely konštánt sú vyobrazené v tabuľke 6.2.

$C_{1\varepsilon}$	$C_{2\varepsilon}$	$C_\mu$
1.42	1.68	0.0845

Tabuľka 6.2: Základné hodnoty konštánt pre RNG model [3]

### 6.3.3 Realizable k - $\varepsilon$ model

Od modelu Standard sa odlišuje tým, že obsahuje inú formuláciu pre turbulentnú viskozitu a modifikovanú transportnú rovnicu pre  $\varepsilon$ . Štúdie dokazujú, že model Realizable poskytuje najlepší výkon, a preto je jeho použitie z modelov  $k - \varepsilon$  najviac doporučený. Medzi jeho nedostatky napríklad patri že vytvára nefyzikálne turbulentnú viskozitu v situáciách, keď sa výpočtová oblasť skladá z rotačných a stacionárnych zón. Jednotlivé



## 6 MATEMATICKÉ MODELOVANIE TURBULENTNÉHO PRÚDENIA

hodnoty pre kinetickú energiu turbulencie  $k$  a kinetickú disipáciu energie  $\varepsilon$  určíme z týchto vzťahov: [3]

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho k u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k, \quad (6.21)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \varepsilon u_j) &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \\ &+ \rho C_1 S \varepsilon - \rho C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}} + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} C_{3\varepsilon} G_b + S_\varepsilon, \end{aligned} \quad (6.22)$$

kde  $G_k$  predstavuje generovanie kinetickej energie turbulencie  $k$  v dôsledku gradientu strednej rýchlosti,  $G_b$  je generácia kinetickej energie v dôsledku vztlaku,  $Y_M$  predstavuje príspevok od zmien dilatácií pri stlačiteľnom turbulentnom prúdení k celkovej disipácii.  $C_2$ ,  $C_{1\varepsilon}$  sú konštanty modelu,  $\sigma_k$ ,  $\sigma_\varepsilon$  predstavujú turbulentné Prandtlóve čísla pre  $k$  a  $\varepsilon$  a  $S_k$ ,  $S_\varepsilon$  sú užívateľom definované členy.  $C_1$  sa vypočíta podľa nasledujúceho vzorca: [3]

$$C_1 = \max \left[ 0.43; \frac{\eta}{\eta + 5} \right], \quad (6.23)$$

kde

$$\eta = S k / \varepsilon, \quad (6.24)$$

a

$$S = \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}}. \quad (6.25)$$

Jednotlivé základné hodnoty konštánt sú uvedené v tabuľke 6.3.

$C_{1\varepsilon}$	$C_2$	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$
1.44	1.9	1	1.2

Tabuľka 6.3: Základné hodnoty konštánt pre Realizable model [3]

### 6.3.4 Standard $k - \omega$ model

Tento model zahrňuje modifikáciu pre nízke Reynoldsové čísla, stlačiteľnosť a šmykové prúdenie. Vznikol modifikáciou Wilcoxovho modelu  $k - \omega$ . Wilcoxov model má slabé miesto pri riešení hodnôt  $k$  a  $\omega$  vo voľnom prúde mimo šmykové vrstvy. Model  $k - \omega$  je veľmi presný čo sa týka prúdenia v blízkosti steny ale smerom ďalej od steny jeho presnosť je už menšia. Jeho presnosť je opačná oproti modelom  $k - \varepsilon$ . Jeho kinetickú energiu turbulencie  $k$  a špecifickú disipáciu energie  $\omega \sim \varepsilon/k$  vypočítame pomocou transportných rovníc: [3]

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k - Y_k + S_k, \quad (6.26)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + G_\omega - Y_\omega + S_\omega, \quad (6.27)$$

kde  $G_k$  predstavuje generovanú kinetickú energiu turbulencie  $k$  v dôsledku gradientu strednej rýchlosti,  $G_\omega$  je generácia špecifickej disipácie energie  $\omega$ ,  $Y_k$  a  $Y_\omega$  sú disipácie  $k$  a  $\omega$  vplyvom turbulencie.  $S_k$  a  $S_\omega$  sú užívateľom definované zdrojové členy a  $\Gamma_k$  a  $\Gamma_\omega$  predstavujú efektívnu difúzivitu  $k$  a  $\omega$ . Spočítame ich nasledujúcimi vzťahmi: [3]

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}, \quad (6.28)$$

$$\Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega}, \quad (6.29)$$

kde  $\sigma_k$  a  $\sigma_\omega$  sú turbulentné Prandtlóve čísla pre  $k$  a  $\omega$ .

Turbulentná viskozita pre tento model sa spočíta pomocou vzťahu:

$$\mu_t = \alpha^* \frac{\rho k}{\omega}, \quad (6.30)$$

kde koeficient  $\alpha^*$  je pre nízke Reynoldsové čísla a pre vysoké Reynoldsové čísla je  $\alpha^* = 1$ .

### 6.3.5 Shear-Stress Transport (SST) $k - \omega$ model

Vznik tohto modelu viedlo k spojeniu dvoch modelov a to modelu  $k - \omega$  a  $k - \varepsilon$ , hlavne preto aby sa spojili vlastnosti obidvoch modelov.  $k - \omega$  je presnejší pri počítaní prúdenia blízko steny narozdiel od modelu  $k - \varepsilon$ , ktorý dosahuje lepšie výsledky ďalej od steny. Ich skombinovaním vznikol model  $SST\ k - \omega$ . Transportné rovnice modelu sú určené nasledujúcimi vzťahmi:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \tilde{G}_k - Y_k + S_k, \quad (6.31)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\omega) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho\omega u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + G_\omega - Y_\omega + D_\omega + S_\omega, \quad (6.32)$$

kde  $\tilde{G}_k$  predstavuje generovanie kinetickej energie turbulencie  $k$  v dôsledku gradientov strednej rýchlosti vypočítané z  $G_k$ ,  $D_\omega$  je priečna difúzia. Turbulentnú viskozitu určíme vzťahom: [3]

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \frac{1}{\max \left[ \frac{1}{\alpha^*} \frac{SF_2}{a_1 \omega} \right]}. \quad (6.33)$$

### 7 Praktická časť

Praktická časť diplomovej práce sa venuje reálnemu meraniu prúdenia vzduchu v uzavretom boxe (mechanické turbulencie) a prúdeniu vzduchu s prestupom tepla (termické turbulencie). V ďalšej časti sú vytvorené pre tieto prúdenia numerické modely v programe Ansys Fluent 15, tie sú následne porovnané s reálnym meraním. Posledná časť sa venuje problematike vplyvu týchto prúdení, teda turbulencií na Gaussovský zväzok v priestore. Gaussovský zväzok dopadal cez box s turbulenciami na špeciálnu kameru ktorou sa zaznamenávalo vychýlenie Gaussovského zväzku vplyvom turbulencií. Následne bol Gaussovský zväzok nasimulovaný v softvérovej aplikácii a boli zhodnotené jeho vlastnosti.

#### 7.1 Reálne meranie a simulácia prúdenia vzduchu v uzavretom boxe

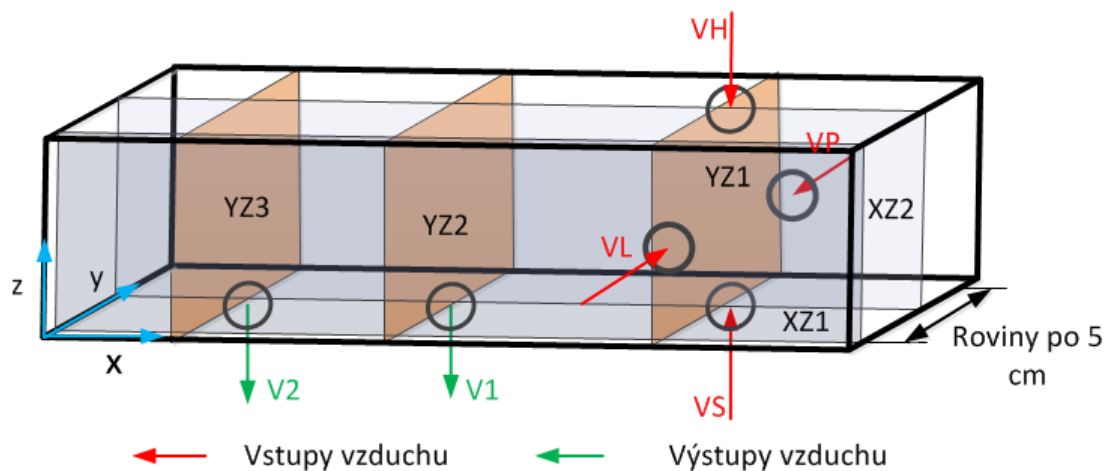
Aby mohlo byť uskutočnené reálne meranie musí byť zhotovené meracie pracovisko. Toto pracovisko je tvorené laboratórnym boxom (Príloha A), o rozmeroch  $2.5 \times 0.5 \times 0.5 \text{ m}$  a je tvorený priesvitným plastom. Po bokoch boxu, na hornej a spodnej stene sú ponechané tri otvory, do ktorých sa dajú vložiť ventilátory alebo ich môžeme nechať zakrytované, podľa potreby. Box má taktiež oddeľovacie víko.

##### 7.1.1 Reálne meranie mechanických turbulencií

Pri meraní mechanických turbulencií boli na pravej strane boxu namontované 4 ventilátory (technická dokumentácia je v elektronickej prílohe na CD) na každej stene a na spodnej strane boxu boli odkrytované dva výstupy (Príloha B). Meranie bolo uskutočnené meracím prístrojom, ktorý okamžite vyhodnocoval hodnotu rýchlosti prúdenia (anemometer Almemo 2290-2/3) (Príloha C). Box bol pomyselné rozdelený na 9 vertikálnych rovín, obrázok 7.1. Roviny boli od seba vzdialené po 5 cm. V každej rovine sa nachádzalo 459 pomyselných bodov, ktoré boli od seba vzdialené po 5 cm. Celkovo dostaneme 4131 bodov. V týchto bodoch prebiehalo meranie. Pretože v každom bode prúdi vzduch z rôznych smerov, muselo byť meranie uskutočnené v troch osách  $x$ ,  $y$  a  $z$ . Celkovo potom dostávame 12 393 meracích bodov, teda aj hodnôt rýchlosti prúdenia vzduchu. Takýmto spôsobom bol premeraný celý box. Aby sme pomocou týchto troch na seba kolmých os  $x$ ,  $y$  a  $z$  dostali okamžitú hodnotu prúdenia v danom bode musíme hodnoty prepočítať podľa nasledujúceho vzorca:

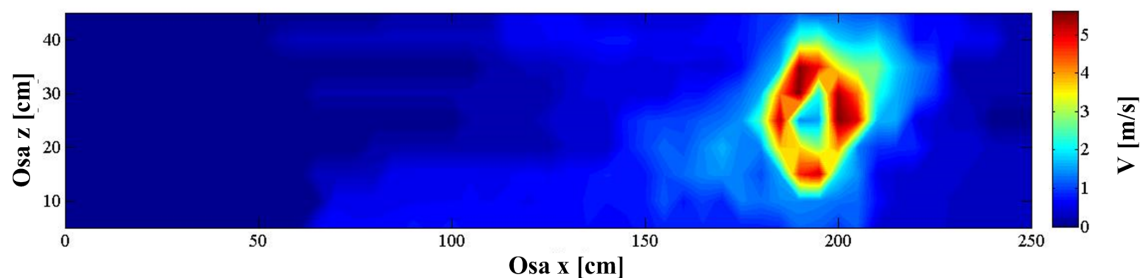
$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}, \quad (7.1)$$

kde  $v$  je celková rýchlosť prúdenia v danom bode a  $v_x, v_y, v_z$  predstavujú hodnotu prúdenia v jednotlivých osách v bode. Takto prepočítané hodnoty boli následne spracované a vykreslené do grafov pomocou programu Matlab R2014a.



Obr. 7.1: Deväť meraných rovín po 5 cm v 9 hladinách, na obrázku sú vyobrazené len štatisticky hodnotené roviny

Na obrázku 7.2 je viditeľná rýchlosť prúdenia vzduchu v rovine XZ1. Táto rovina je od kraja boxu vzdialená 5 cm. Vidíme, že najväčšie prúdenie nastáva v oblasti vstupu vzduchu do boxu ventilátorom VL obrázok 7.1 a postupne v smere k výstupom V1 a V2 nastáva pokles rýchlosti prúdenia.

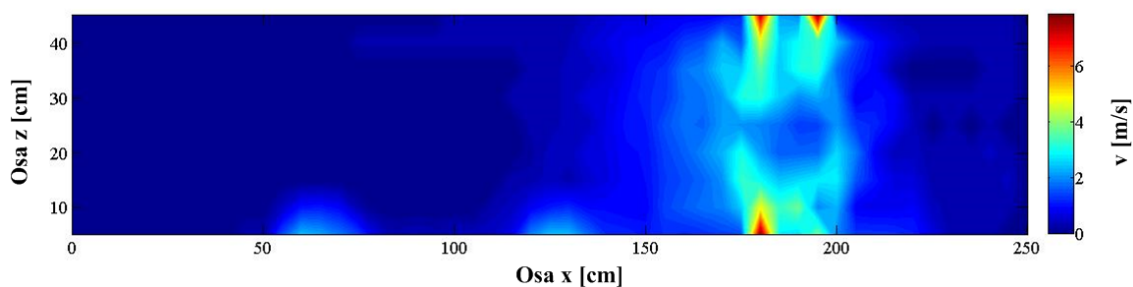


Obr. 7.2: Rýchlosť prúdenia vzduchu v rovine XZ1

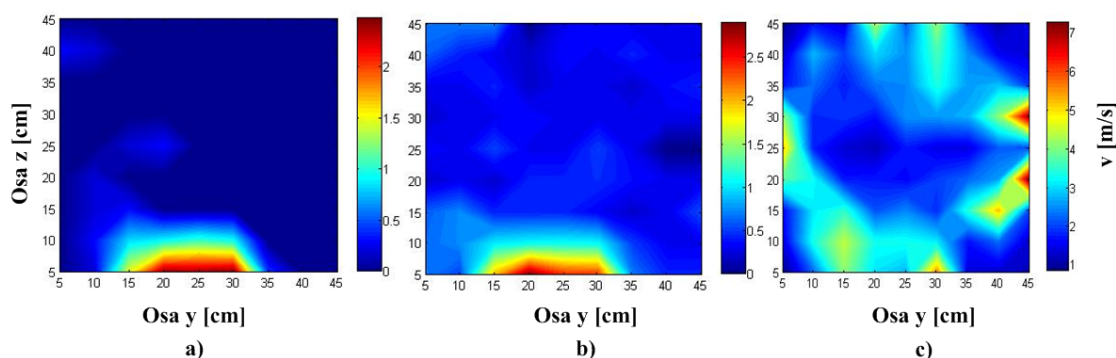
V rovine XZ2, ktorá je vyobrazená na obrázku 7.3 je viditeľný najväčší prietok vzduchu v oblasti vstupov do boxu ventilátormi VS a VH. Rýchlosť tu dosahovala v priemere  $7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  a postupne klesala. Menšia časť energie sa nachádza aj v oblasti výstupov V1 a V2. Táto rovina prechádza presne stredom boxu čo je 25 cm od krajnej steny.

Na obrázku 7.4 sú vyobrazené tri roviny pričom prvé dve roviny YZ3 a YZ2 prechádzajú cez stred výstupov V2 a V1 a posledná rovina YZ1 pretína stred ventilátorov VL, VS, VP, a VH. Je viditeľný rozdiel v rýchlosti prúdenia medzi obidvoma výstupmi, kde výstup V2 vykazuje väčší pokles rýchlosti (max  $2.4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ) ako u výstupu V1, kde dosahovala maximálna rýchlosť  $2.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . V poslednej rovine YZ1 je viditeľné vŕhnanie vzduchu do boxu ventilátormi a taktiež je viditeľný profil vŕhnaného vzduchu ktorý je tvorený dvoma lalokmi. Je to spôsobené v dôsledku toho, že ventilátor je tvorený rotorom a statorom pričom vzduch môže prechádzať iba cez lopatky rotora.

## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ

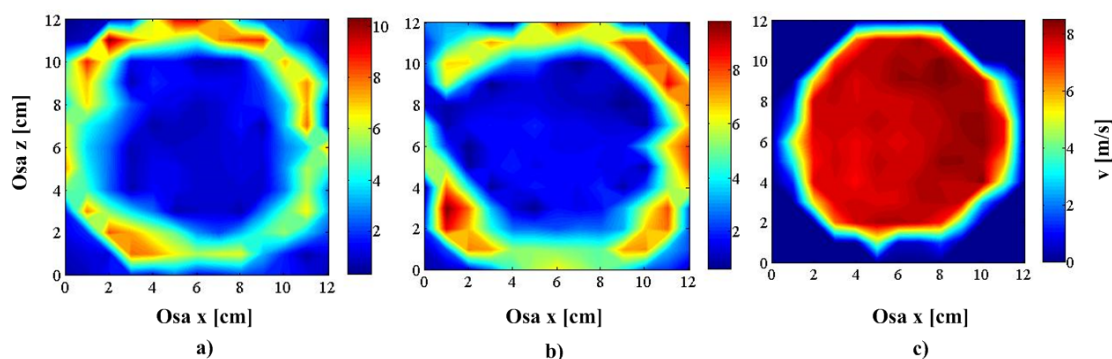


Obr. 7.3: Rýchlosť prúdenia vzduchu v rovine XZ2



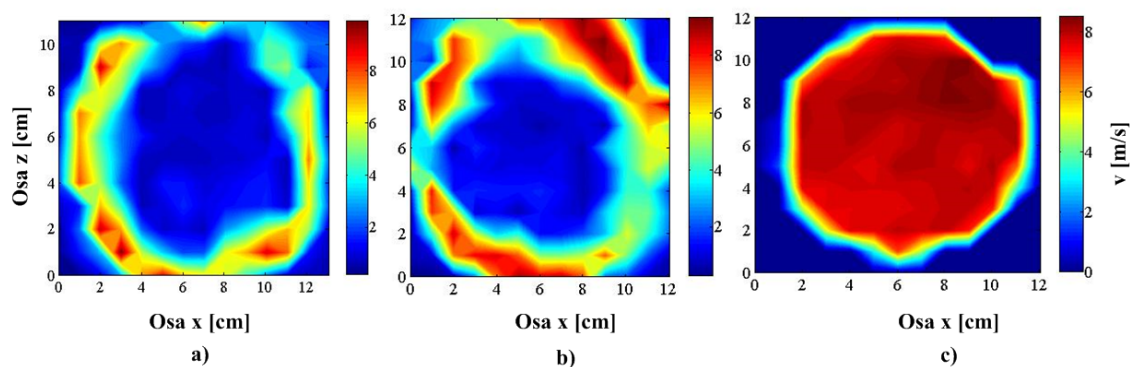
Obr. 7.4: Rýchlosť prúdenia vzduchu: a) v rovine YZ3, b) v rovine YZ2, c) v rovine YZ1

Jednotlivé profily rýchlosti prúdenia vzduchu ventilátormi a profily výstupov môžeme vidieť na obrázkoch 7.5 a 7.6. Ako už bolo spomínané vyššie, ventilátory sú tvorené rotorom a statorom, kde vzduch prúdi len cez lopatky rotora. Maximálna rýchlosť ventilátorov sa pohybovala okolo  $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , priemerná rýchlosť bola však o niečo menšia a to okolo  $7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Tá bola potom nastavovaná aj v simuláciách. Maximálna rýchlosť na výstupoch sa pohybovala okolo  $8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .



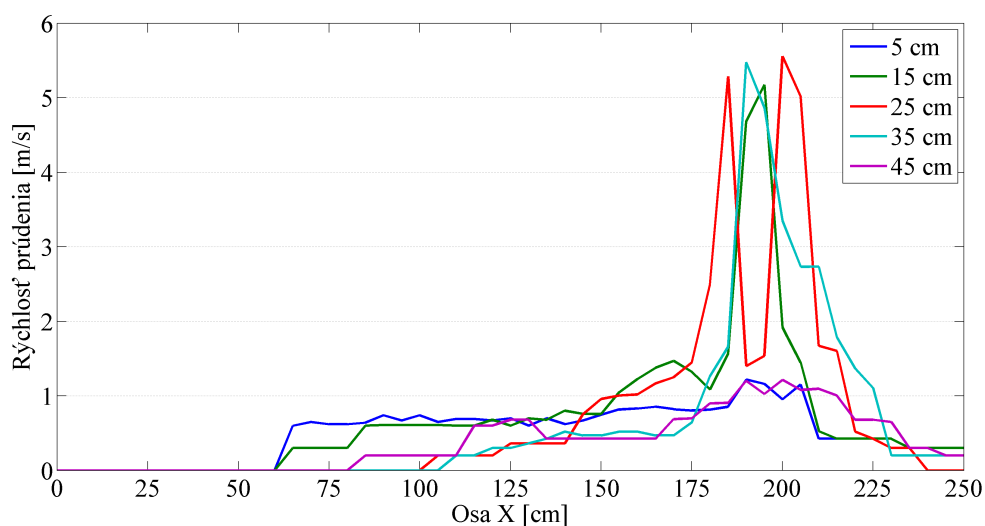
Obr. 7.5: Rýchlosť prúdenia vzduchu a) ventilátor VL, b) ventilátor VS, c) výstup V1

## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ



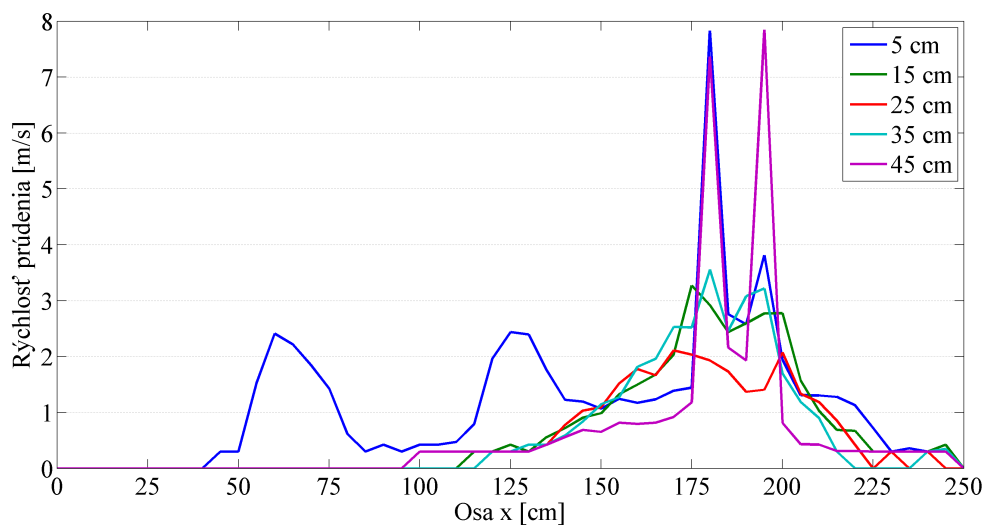
Obr. 7.6: Rýchlosť prúdenia vzduchu a) ventilátor VP, b) ventilátor VH, c) výstup V2

Jednotlivé rýchlosti prúdenia vzduchu môžeme vyjadriť aj pomocou grafov, ktoré nám zobrazujú rýchlosti prúdenia vzduchu v jednotlivých hladinách. Kvôli prehľadnosti sú v grafoch zobrazené iba niektoré výškové hladiny.

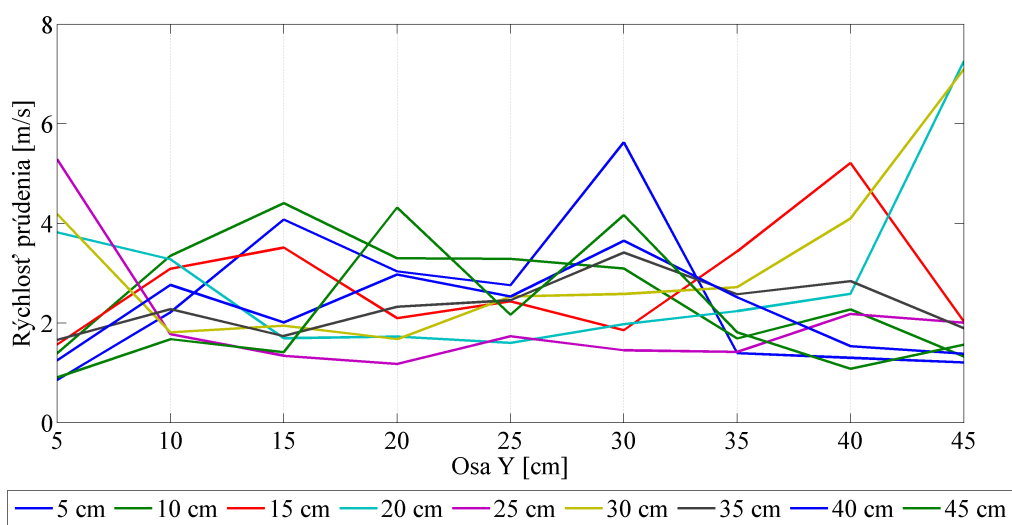


Obr. 7.7: Rýchlosti prúdenia vzduchu v rovine XZ1

Najväčšia rýchlosť prúdenia vzduchu bola dosiahnutá na vstupoch do boxu čo môžeme vidieť aj z obrázkov 7.7 a 7.8.



Obr. 7.8: Rýchlosti prúdenia vzduchu v rovine XZ2



Obr. 7.9: Rýchlosti prúdenia vzduchu v rovine YZ1

Ostatné grafy rovín sú umiestnené v (Prílohe D).

### 7.1.2 Simulácie mechanických turbulencií

Simulácie boli vyhotovené v programe ANSYS Fluent 15. Tento program slúži na simulovanie rôznych druhov prúdenia, turbulencií a prestupu tepla. Pred každou si-

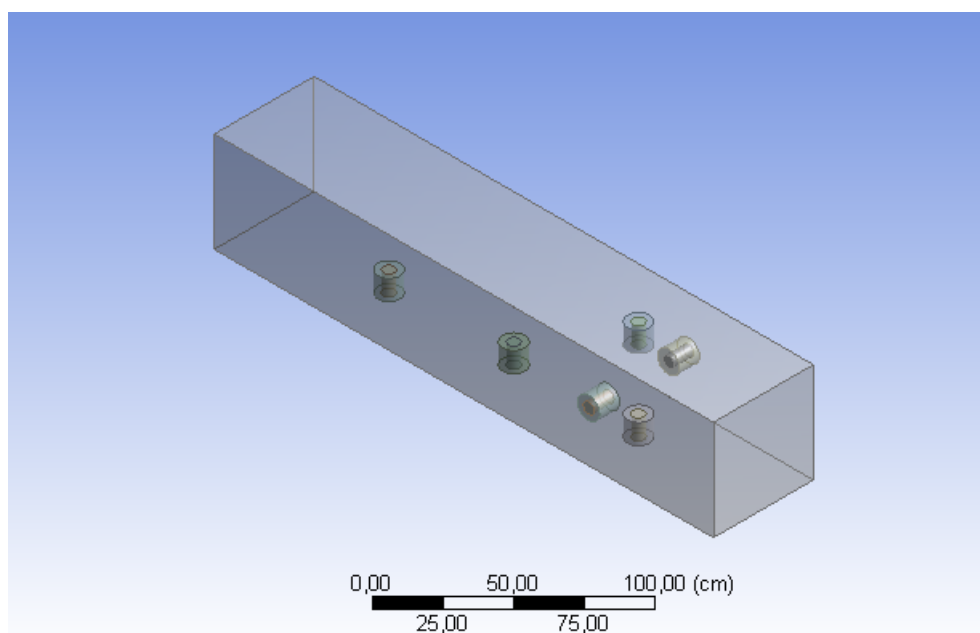
## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ

muláciou musíme mať vytvorený geometrický model, následne naň musíme aplikovať výpočtovú sieť a nastaviť okrajové podmienky.

### 7.1.2.1 Vytvorenie geometrického modelu

Ako už bolo popísané vyššie, reálne meranie prebiehalo v boxu o rozmeroch  $2.5 \times 0.5 \times 0.5 \text{ m}$ . Preto musíme vyhotoviť geometrický model toho samého boxu. Na vytvorenie geometrického modelu bol použitý nástroj ANSYS Workbench 15.

Na začiatku bol vytvorený pôdorys boxu o rozmeroch  $2.5 \times 0.5 \text{ m}$ . Ten bol následne metódou *Extrude* vytiahnutý do výšky  $0.5 \text{ m}$ . Následne boli vytvorené 4 vstupy a výstupy, ktoré sú tvorené kruhmi o polomere  $5.5 \text{ cm}$ . Keďže ventilátor sa skladá z rotoru a statoru bolo potrebné na vstupoch vytvoriť do kruhu ešte jeden kruh s polomerom  $2,7 \text{ cm}$ , ten predstavuje stator. Takto pripravené vstupy a výstupy boli následne taktiež vytiahnuté do priestoru. Geometrický model boxu môžeme vidieť na obrázku 7.10.

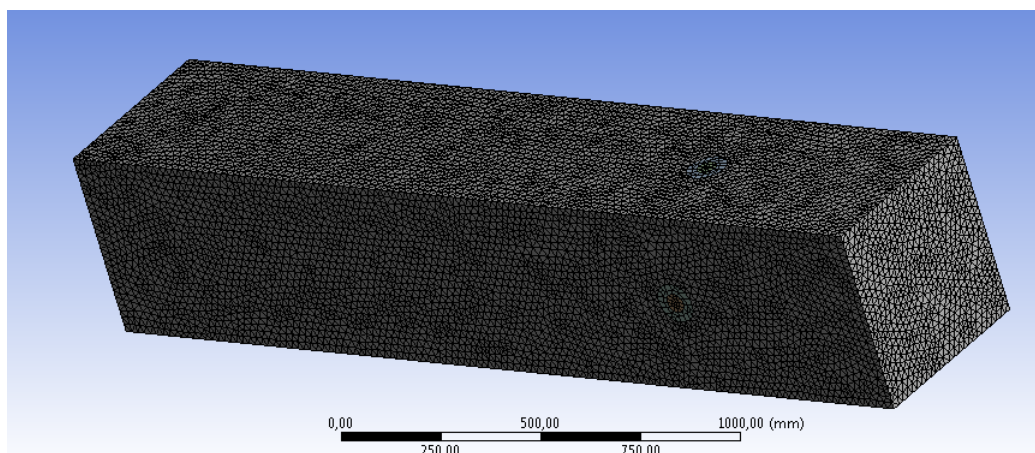


Obr. 7.10: Geometrický model boxu

### 7.1.2.2 Vytvorenie výpočtovej siete

Po vytvorení geometrického modelu nasleduje vytvorenie výpočtovej siete. Pri jej vytváraní je dôležité, aby nebol zvolený veľký ale ani malý počet elementov. Veľký počet elementov spôsobí, že výpočet simulácie bude trvať veľmi dlho. Taktiež je dôležitá veľkosť elementov, v mojom prípade bola veľkosť nastavená na  $15 \text{ mm}$ . Sieť mala 708 tisíc elementov. V niektorých prípadoch je dobre na vstupoch alebo výstupoch danú sieť zjemniť aby sme dostali detailnejší obraz o prúde. Takto vytvorenú sieť môžeme vidieť na obrázku 7.11.





Obr. 7.11: Výpočtová sieť

Následne je veľmi dôležité označiť jednotlivé plochy, ako napríklad vstupy, výstupy a okolité steny a to pomocou nástroja *Named selections*. Takto označené plochy slúžia na definovanie okrajových podmienok.

### 7.1.2.3 Nastavenie okrajových podmienok

Po vygenerovaní siete sa prepne do Fluentu, kde dôjde k nastaveniu okrajových podmienok. Pre nastavenie okrajových a rôznych simulačných podmienok slúži vo Flunte hlavné menu, kde sa postupne prechádzajú jednotlivé záložky. Význam jednotlivých záložiek je popísaný nižšie.

- **General**

Táto záložka slúži na kontrolu rozmerov načítaného geometrického modelu, na prácu so sieťou, taktiež sa dá nastaviť či sa jedná o časové závislú alebo ustálenú úlohu, použitie gravitačnej sily.

- **Models**

Záložka *Models* obsahuje nastavenia rôznych výpočtových modelov. Nastavuje sa tu napríklad modely pre viacfázové prúdenie, laminárne alebo turbulentné prúdenie, taktiež či má simulácia počítať s prenosom tepla alebo žiarenia a podobne.

- **Materials**

V tejto záložke sa nachádzajú rôzne materiály potrebné pre simulácie. Nastavuje sa tu materiál prúdenia (plyn, vzduch, rôzne kvapaliny, atď.) a taktiež materiály stien (drevo, hliník, oceľ, atď.). Jednotlivým materiálom môžeme zmeniť ich základné podmienky, napríklad hustotu, viskozitu.

- **Cell Zone Conditions**

Slúži na nastavenie typu jednotlivých častí simulácie, napríklad ak počítame so vzduchom, tak tá časť bude nastavená ako tekutina *fluid* a steny ako pevná látka *solid*.

- **Boundary Conditions**

Tu sa nastavujú typy okrajových podmienok na jednotlivých vstupoch stenách a výstupoch. Napríklad smer prúdenia, teplota, tlak, hydrodynamický priemer, prietok tekutiny, rýchlosť prúdenia atď.

- **Run Calculation**

Táto záložka slúži na spustenie nastavenej simulačnej úlohy. Pred spustením musí byť nastavený počet iterácií.

Po vytvorení geometrického modelu a výpočtovej siete došlo k nastaveniu okrajových podmienok. Pri ich nastavovaní sa vychádzalo z reálne nameraných dát. Boli premerané rýchlosti prúdenia na jednotlivých ventilátoroch a výstupoch. Priemerné namerané rýchlosti jednotlivých vstupov a výstupov sú zobrazené v nasledujúcej tabuľke:

Vstupy a výstupy	Rýchlosť prúdenia [ $m \cdot s^{-1}$ ]
VL	7
VS	6.75
VP	6.65
VH	6,25
V1	8
V2	8

Tabuľka 7.1: Jednotlivé rýchlosti prúdenia vzduchu na vstupoch a výstupoch

Po nastavení týchto hodnôt v simulácii sa zistilo, že priemerná rýchlosť vstupov bola okolo  $11 m \cdot s^{-1}$  a výstupov  $10 m \cdot s^{-1}$ . To mohlo byť hlavne spôsobené tým, že simulácia je vlastne ideálny stav, ktorá nepočíta napríklad s lopatkami ventilátorov. Preto sa postupným znižovaním rýchlosti prišlo nato, že je najlepšie počítať zo vstupnými rýchlosťami o  $1.7 m \cdot s^{-1}$  nižšími. Keď sa takto znížené hodnoty dosadili do simulácie, tak priemerné rýchlosti na vstupoch a výstupoch odpovedali reálne nameraným rýchlostiam.

Následne bol teda spočítaný hmotnostný prietok podľa vzorca:

$$Q_m = Sv\rho, [kg \cdot s^{-1}], \quad (7.2)$$

kde  $S$  predstavuje obsah vstupnej plochy  $v$  je rýchlosť prúdenia a  $\rho$  je hustota vzduchu. Keďže ventilátory majú kruhový tvar, bol ich obsah spočítaný rozdielom dvoch kruhov tak, že sa odčítal celkový obsah ventilátoru mínus obsah statoru a tým sme dostali vstupnú plochu. Obsah kruhu sa vypočíta podľa nasledujúceho vzorca:

$$S = \pi r^2, [m^2]. \quad (7.3)$$

V okrajových podmienkach je možné nastaviť aj turbulentnú intenzitu na vstupe a hydraulický priemer. Hydraulický priemer je rozdiel vnútorného a vonkajšieho priemeru otvoru. Turbulentná intenzita podľa materiálu [15] vychádza s Reynoldsového čísla:

$$Re = \frac{v \cdot d_h}{\nu}, [-], \quad (7.4)$$

## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ

---

a spočíta sa nasledujúcim vzťahom

$$I = 0,16(Re)^{-1/8}, [\%]. \quad (7.5)$$

- **Ľavý ventilátor VL**

Najskôr je spočítaný obsah vstupnej plochy:

$$S = S_1 - S_2, \quad (7.6)$$

$$S_1 = \pi \cdot r^2 = 3.14 \cdot 5.5^2 = 94.98 \text{ cm}^2, \quad (7.7)$$

$$S_2 = \pi \cdot r^2 = 3.14 \cdot 2.7^2 = 22.8906 \text{ cm}^2, \quad (7.8)$$

$$S = 94.985 - 22.8906 = 72.0944 \text{ cm}^2 = 0.0072 \text{ m}^2. \quad (7.9)$$

Hustota vzduchu bola pri 25 ° C 1,184 kg · m<sup>-3</sup>. Hmotnostný prietok potom je:

$$Q_m = Sv\rho = 0.0072 \cdot 5.3 \cdot 1.184 = 0.04518144 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}. \quad (7.10)$$

Hydraulický priemer je:

$$d_h = \text{priemer}S_1 - \text{priemer}S_2 = 11 - 5.4 = 5.6 \text{ cm} = 0.056 \text{ m}, \quad (7.11)$$

potom:

$$Re = \frac{vd_h}{\nu} = \frac{5.3 \cdot 0.056}{1.79 \cdot 10^{-5}} = 16581, \quad (7.12)$$

a turbulentná intenzita predstavuje hodnotu:

$$I = 0.16(Re)^{-1/8} = 0.16 \cdot (16581)^{-0.125} = 0.047 = 4.7 \%. \quad (7.13)$$

- **pravý ventilátor VP**

Veličina	Hodnota
$Q_m$	0.04219776 kg · s <sup>-1</sup>
I	4.7 %
$d_h$	0.056 m

Tabuľka 7.2: Jednotlivé hodnoty

## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ

- spodný ventilátor VS

Veličina	Hodnota
$Q_m$	$0.04305024 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$
I	4.7 %
$d_h$	0.056 m

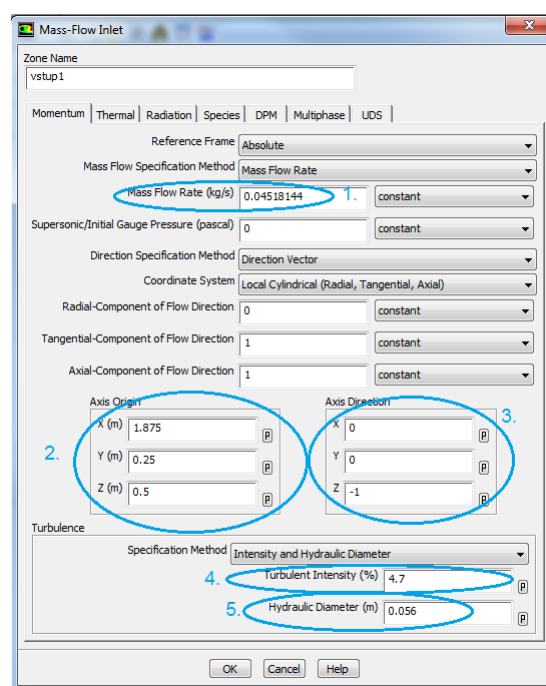
Tabuľka 7.3: Jednotlivé hodnoty

- horný ventilátor VH

Veličina	Hodnota
$Q_m$	$0.03878784 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$
I	4.8 %
$d_h$	0.056 m

Tabuľka 7.4: Jednotlivé hodnoty

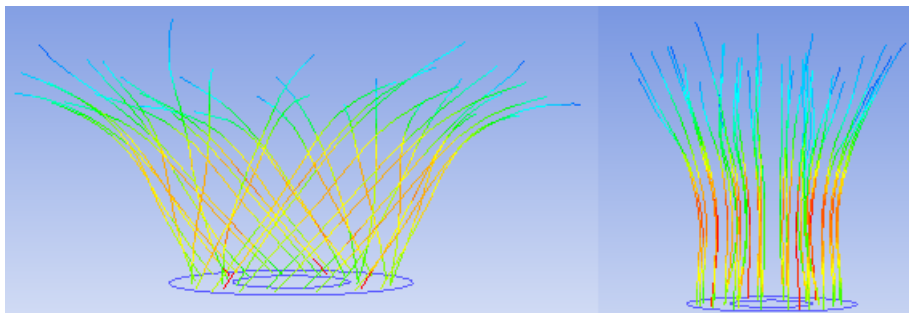
Po vypočítaní jednotlivých hodnôt boli vo Fluente zvolené postupne jednotlivé výpočtové modely ( $k - \varepsilon$  Standard, RNG, Realizable a  $k - \omega$  Standard a SST). Na výstupoch bola použitá podmienka *pressure - outlet* a na vstupoch *mass - flow - inlet*. Nastavenie jedného ventilátoru môžeme vidieť na obrázku 7.12.



Obr. 7.12: Okrajové podmienky ľavého ventilátoru

## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ

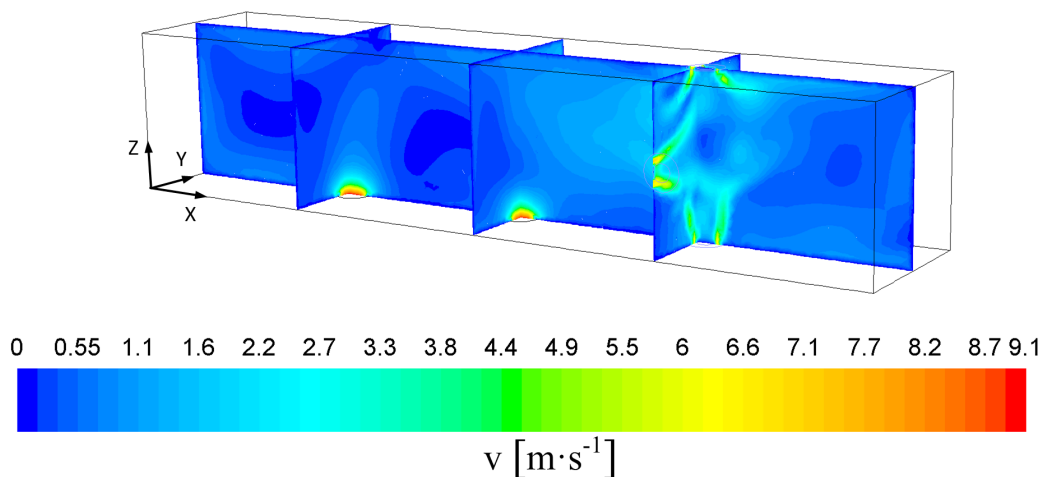
1. Hmotnostný prietok, 2. súradnicový systém (poloha ventilátoru v priestore), 3. smer prúdenia, 4. hydraulický priemer, 5. Turbulentná intenzita. Keďže ventilátory vytvárajú točivý vír okolo svojho stred (statoru) musela byť nastavená cylindrická podmienka, to znamená, že vzduch nebude prúdiť vodorovne do boxu ale dôjde ešte k jeho zatočeniu okolo stredovej osi. Tento rozdiel je viditeľný na obrázku 7.13.



Obr. 7.13: V pravo prúdenie zo zatočením, v ľavo prúdenie bez zatočenia

Po spustení je simulácia ukončená ak reziduály tlaku a rýchlostných zložiek s konvergujú pod hodnotu  $e^{-3}$ . V tomto prípade reziduály s konvergovali už pri počte 150 iteráciách. Preto bolo nastavených až 10 000 iterácií a hodnota  $e^{-3}$  znížená.

### 7.1.2.4 Model k - $\varepsilon$ Standard



Obr. 7.14: Rýchlosti prúdenia jednotlivými rovinami

Na obrázku 7.14 je viditeľne turbulentné prúdenie pri prechode celým boxom. Najväčšie zmiešavanie vzduchu nastáva pri vstupoch do boxu pri stretávaní jednotlivých

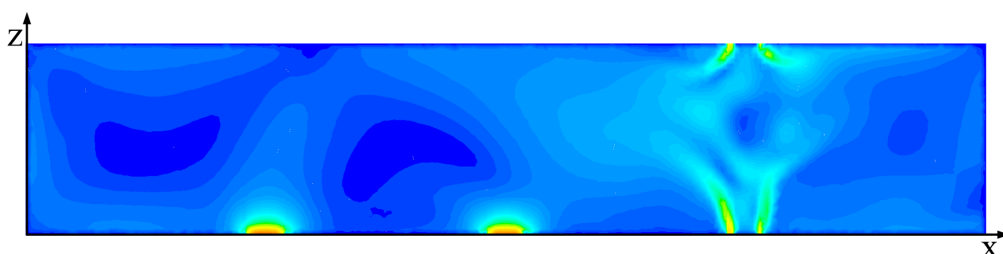
## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ

prúdov vzduchu. Rovina  $XZ1$  sa nachádza  $5\text{ cm}$  od kraja a je v nej stále viditeľný kru-



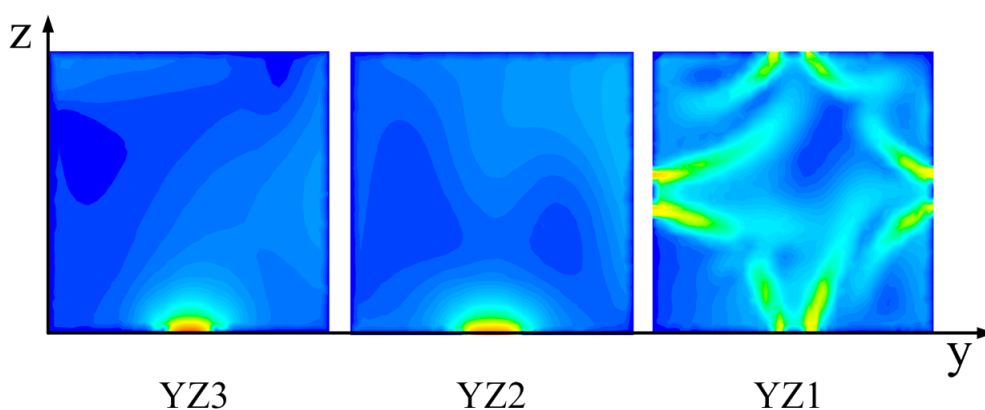
Obr. 7.15: Rýchlostný profil v rovine  $XZ1$

hový profil ventilátoru. Rýchlosť v tejto rovine sa pohybovala v medziach od  $0$  do  $6.6\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .



Obr. 7.16: Rýchlostný profil v rovine  $XZ2$

Na obrázku 7.16 je viditeľné zmiešavanie prúdenie vzduchu v oblasti ventilátorov a jeho postupný pokles v smere k výstupom. V oblasti výstupov sa nachádzajú dva laloky, kde prúdenie vzduchu dosahovalo hodnotu  $0\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Na vstupoch sa pohybovala maximálna rýchlosť prúdenia okolo  $7\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  a na výstupoch  $8\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

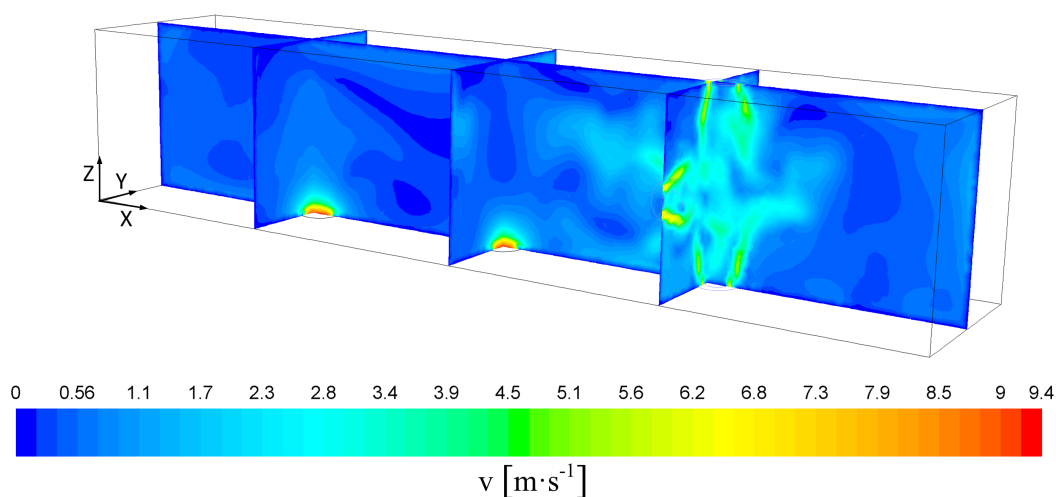


Obr. 7.17: Rýchlostný profil v rovinách  $YZ1$ ,  $YZ2$  a  $YZ3$

## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ

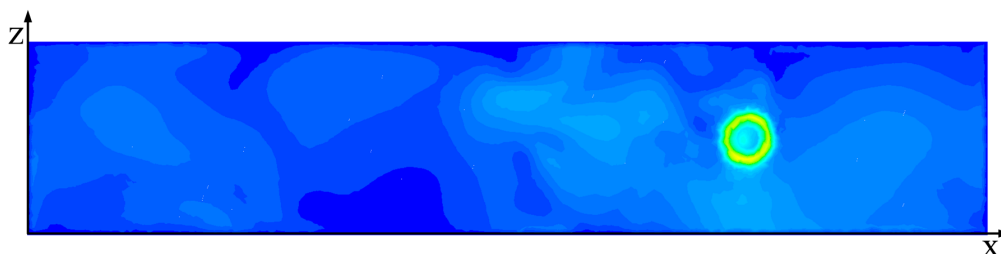
Obrázok 7.17 ukazuje tri roviny boxu. Rovina  $YZ3$  vykazuje menšie turbulentné zmeny ako rovina  $YZ2$ . V rovine  $YZ1$  je viditeľne, že vrchné prúdenie z ventilátoru je vychýlené viac do strán ako ostatné tri.

### 7.1.2.5 Model $k - \varepsilon$ RNG



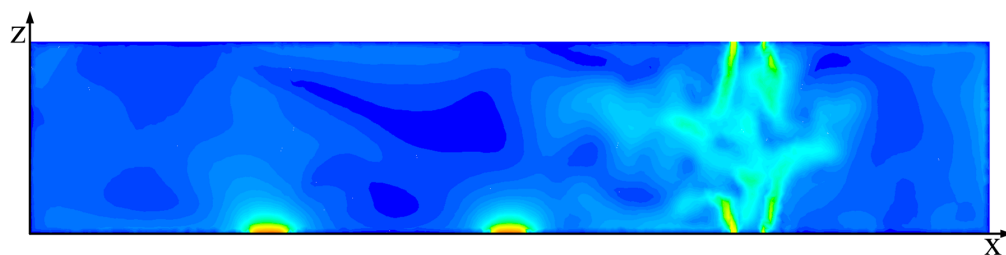
Obr. 7.18: Rýchlosti prúdenia jednotlivými rovinami

Tento model je vlastne rozšírením modelom  $k - \varepsilon$  *Standard*. je viditeľne že dochádza k väčším turbulentným zmenám ako u modelu *Standard*, hlavne v oblasti vstupov.

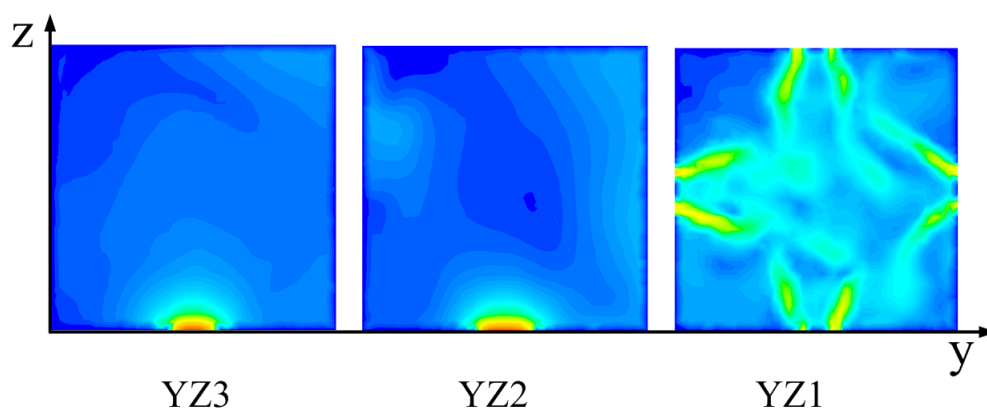


Obr. 7.19: Rýchlostný profil v rovine  $XZ1$

Na obrázku 7.19 je viditeľné, že k najväčším turbulentným zmenám dochádza v oblasti vstupu. Toto správanie je viditeľné aj na obrázku 7.20. Prúdenie smerom k ľavej strane boxu prechádza skôr vrchnou stranou ako spodnou. Medzi obidvoma výstupmi je viditeľná oblasť s nízkou hodnotou prúdenia.

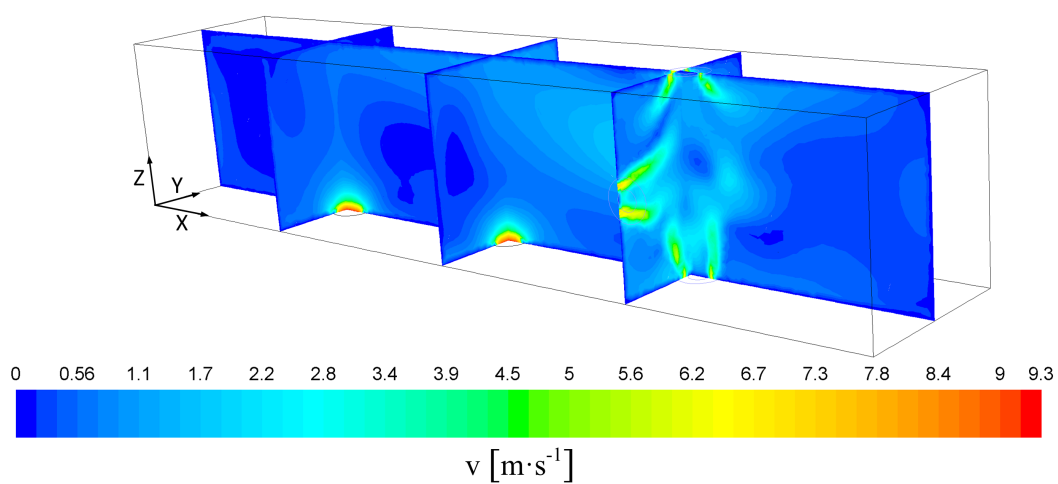


Obr. 7.20: Rýchlostný profil v rovine XZ2



Obr. 7.21: Rýchlostný profil v rovinách YZ1, YZ2 a YZ3

### 7.1.2.6 Model $k - \epsilon$ Realizable



Obr. 7.22: Rýchlosti prúdenia jednotlivými rovinami

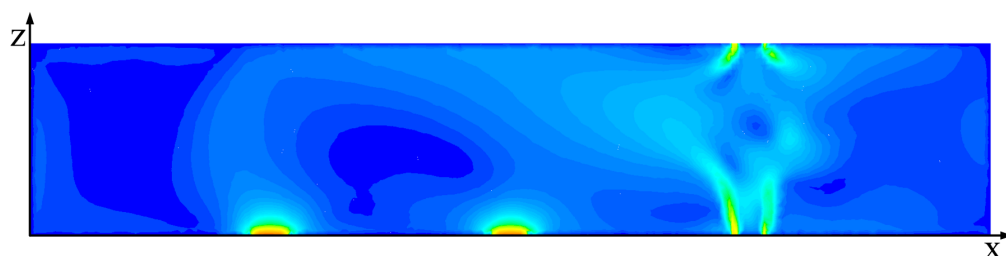


## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ

Pri porovnaní obrázkov 7.23 a 7.24 vidíme, že veľká časť prúdenia prechádza stredom boxu pri vrchnej stene ako po krajnej stene boxu.

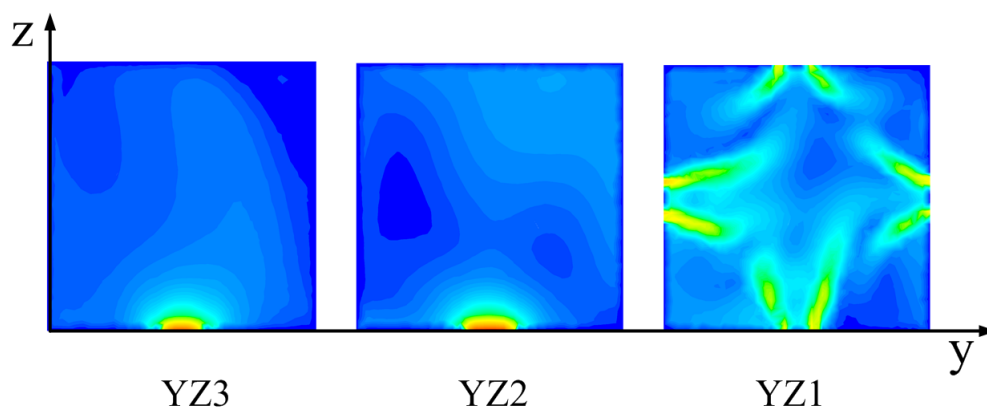


Obr. 7.23: Rýchlostný profil v rovine XZ1



Obr. 7.24: Rýchlostný profil v rovine XZ2

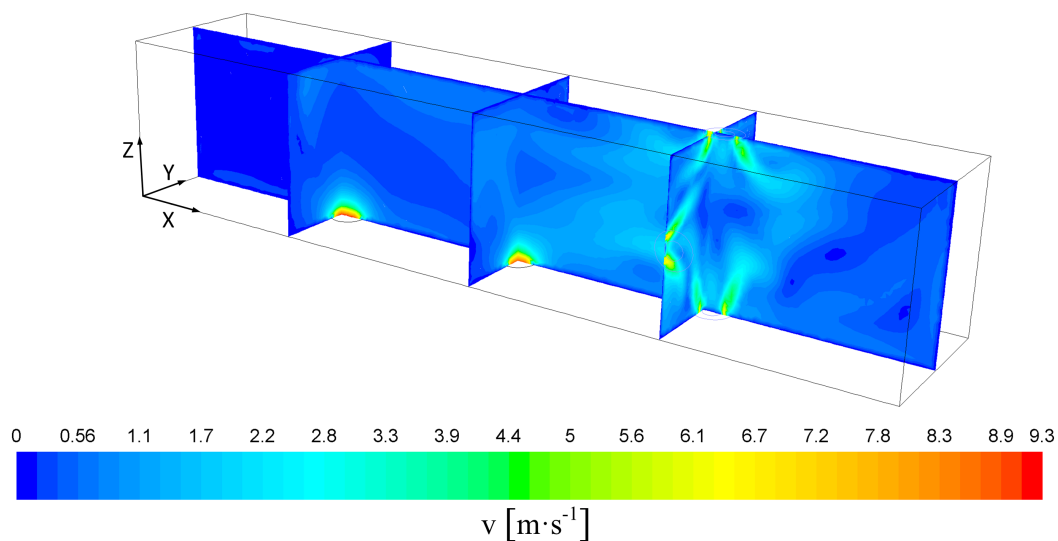
Rýchlosti prúdenia sa pohybovali od 0 do  $8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . V ľavej časti rezu nastáva pokles energie a je viditeľné, že väčšia časť energia vychádza zadným výstupom von, narozdiel od modelov *Standard* a *RNG*.



Obr. 7.25: Rýchlostný profil v rovinách YZ1, YZ2 a YZ3

## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ

### 7.1.2.7 Model $k - \omega$ Standard



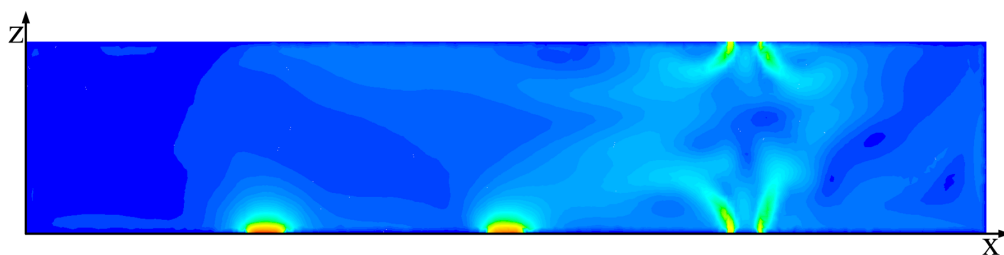
Obr. 7.26: Rýchlosti prúdenia jednotlivými rovinami

Hneď na prvý pohľad je viditeľný pokles energie v zadnej časti boxu. Všetka energia je vysatá otvormi von.



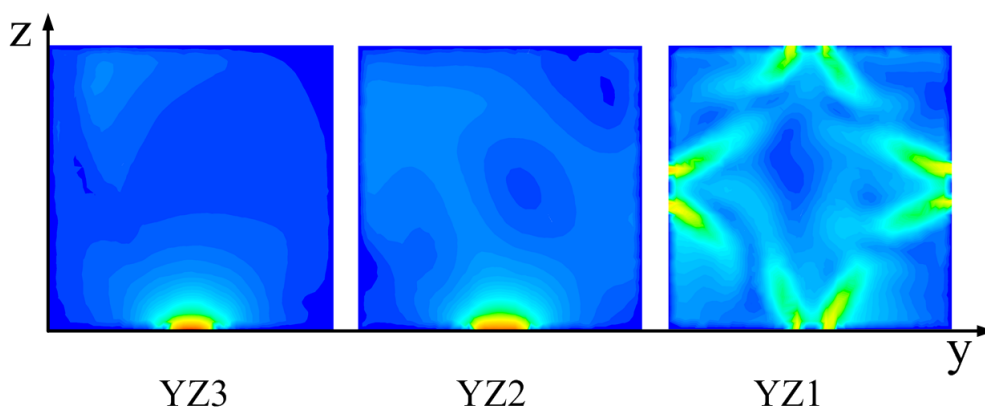
Obr. 7.27: Rýchlostný profil v rovine XZ1

U ostatných modelov prebiehalo pri stene prúdenie vzduchu pozdĺž celej steny ale v tomto prípade sa stáča k hornej stene obrázok 7.27.



Obr. 7.28: Rýchlostný profil v rovine XZ2

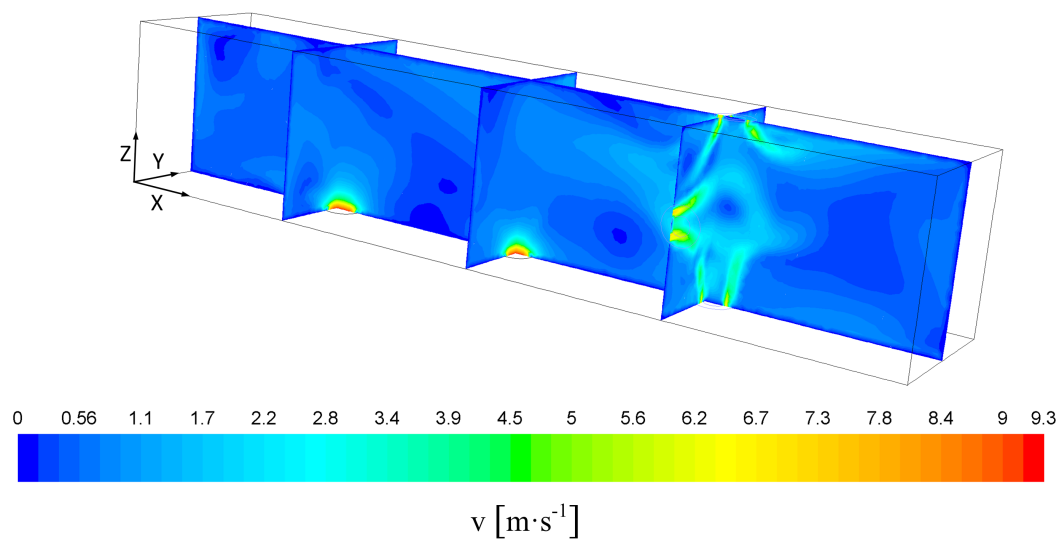
Prúdenie vzduchu prebiehalo viac po stenách ako stredom boxu. Na obrázku 7.29 v rovine YZ1 je prúdenie z jednotlivých ventilátorov viac symetrické ako u ostatných modelov.



Obr. 7.29: Rýchlostný profil v rovinách YZ1, YZ2 a YZ3

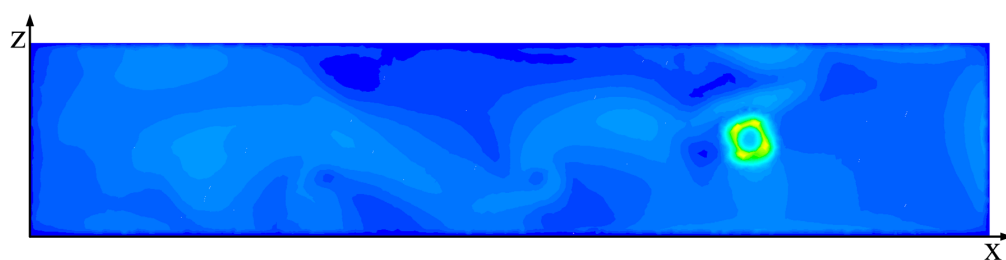
## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ

### 7.1.2.8 Model $k - \omega$ SST

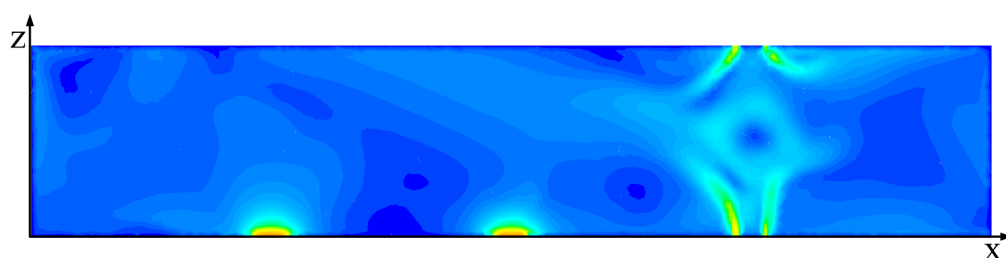


Obr. 7.30: Rýchlosti prúdenia jednotlivými rovinami

Tento model vznikol kombináciou modelov  $k - \varepsilon$  a  $k - \omega$ .



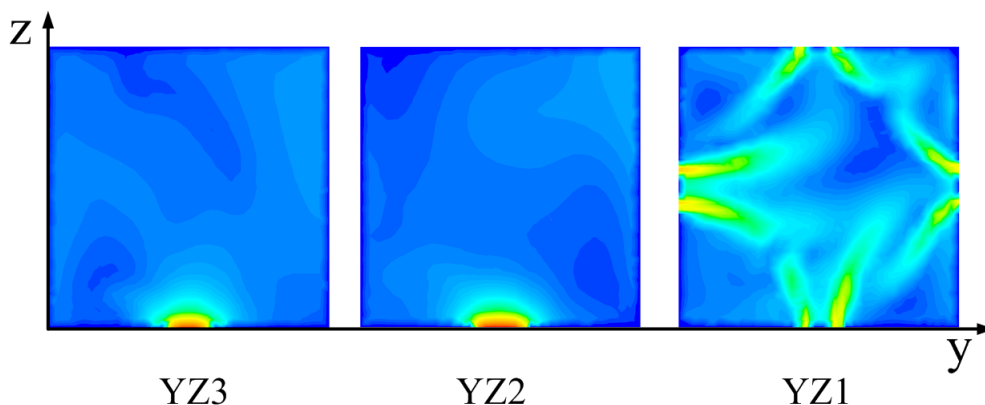
Obr. 7.31: Rýchlostný profil v rovine XZ1



Obr. 7.32: Rýchlostný profil v rovine XZ2

## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ

Sú viditeľne veľké turbulentné zmeny naprieč celým boxom. V hornej strednej časti sa nachádza oblasť s menším prúdením v rovine  $XZ1$ , taktiež aj medzi obidvoma výstupmi v rovine  $XZ2$ .



Obr. 7.33: Rýchlostný profil v rovinách YZ1, YZ2 a YZ3

Roviny  $YZ3$  a  $YZ2$  vykazujú taktiež väčšie turbulentné zmeny ako tomu bolo u ostatných modelov. V rovine  $YZ1$  dochádza k vychýleniu horného a pravého prúdenia z ventilátorov ku krajom steny. Naopak prúdenie z ľavého ventilátoru je viac smerované do stredu boxu.

### 7.1.3 Štatistické porovnanie modelov

Porovnávanie jednotlivých modelov bolo pomocou troch metód. Pomocou priemerov rýchlosti prúdenia vzduchu v jednotlivých rovinách. Ďalšia metóda, ktorá bola použitá pre porovnanie kvality modelu má skratku  $MSE$  čo znamená stredná kvadratická chyba a ako poslednou metódou bol zvolený *Nash – Sutcliffe koeficient*  $NSE$ .

V tabuľke 7.5 je zobrazené porovnanie jednotlivých modelov s reálne nameranými hodnotami pomocou jednotlivých priemerov prúdenia rýchlosti vzduchu v jednotlivých rovinách. Farebne vyznačené oblasti nám ukazujú najväčšiu zhodu s nameranými dátami. Najviac sa s reálnym meraním zhoduje model  $k - \varepsilon RNG$ .

## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ

Vstupy/Výstupy	Reálne meranie	k - $\varepsilon$ Standard	k - $\varepsilon$ RNG	k - $\varepsilon$ Realizable	k - $\omega$ Standard	k - $\omega$ SST
VL	7	7.28	7.28	7.28	7.28	7.28
VS	6.75	6.94	6.94	6.94	6.94	6.94
VP	6.65	6.8	6.8	6.8	6.8	6.8
VH	6.25	6.25	6.25	6.25	6.25	6.25
V1	8	7.74	7.99	7.946	7.75	7.97
V2	8	7.8	8.5	8	7.95	8
<b>Roviny</b>						
XZ1	0.609	0.462	0.58	0.433	0.613	0.588
XZ2	0.695	0.697	0.737	0.626	0.579	0.668
YZ1	2.54	1.79	2.23	1.767	1.588	1.833
YZ2	0.507	0.673	0.656	0.671	0.693	0.739
YZ3	0.187	0.554	0.688	0.602	0.463	0.79

Tabuľka 7.5: Porovnanie jednotlivých priemerov rýchlosti prúdenia v rovinách, rýchlosti sú v  $[m \cdot s^{-1}]$

### 7.1.3.1 MSE - Stredná kvadratická chyba a NSE - Nash-Sutcliffe koeficient

Metóda *MSE* porovnáva kvalitu simulovaného modelu s reálnym modelom. Vypočíta sa podľa nasledujúceho vzorca:

$$MSE = \frac{1}{N} \sum i(y_i - \hat{y}_i)^2, \quad (7.14)$$

kde  $y_i$  predstavuje reálne dáta,  $\hat{y}_i$  sú simulované dáta, zátvorka predstavuje odchýlku simulácie od reálnych dát a  $N$  predstavuje počet dát. U tejto metódy dostaneme nejaké číslo (koeficient). Čím je toto číslo bližšie 0 tým je daný model presnejší s reálnym modelom.

*NSE* sa vypočíta nasledujúcim vzťahom:

$$NSE = 1 - \left[ \frac{\sum i(y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum i(y_i - \bar{y}_i)^2} \right]. \quad (7.15)$$

Parametre sú rovnaké ako u *MSE* až na  $\bar{y}_i$ , ktorý predstavuje priemer reálnych hodnôt. Hodnoty výsledného koeficientu môžu nadobúdať kladných aj záporných hodnôt. Najlepší možný prípad nastane ak je koeficient rovný 1. Vtedy sa simulačný model najviac zhoduje s reálnym modelom. Prijateľná hladina je v rozmedzí 0 až 1 a najlepšia od 0.5 až po 1. Záporné koeficienty vyjadrujú najmenšiu zhodu s reálnym modelom. Štatistické zhodnotenie prebiehalo v jednotlivých rovinách po výškových hladinách.

### Rovina XZ1

Jednotlivé koeficienty *MSE* a *NSE* jednotlivých hladín môžeme umiestniť do nasledujúcej tabuľky.

## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ

Modely	5 cm	10 cm	15 cm	20 cm	25 cm	30 cm	35 cm	40 cm	45 cm
<b>k - <math>\varepsilon</math> Standard</b>	0.140	0.222	1.085	0.679	1.402	1.025	1.265	0.317	0.134
<b>k - <math>\varepsilon</math> RNG</b>	0.138	0.120	0.737	0.695	1.190	1.052	1.412	0.387	0.188
<b>k - <math>\varepsilon</math> Realizable</b>	0.063	0.134	0.831	0.634	1.334	0.975	1.350	0.320	0.077
<b>k - <math>\omega</math> Standard</b>	0.053	0.072	0.550	0.549	1.256	0.888	1.277	0.355	0.069
<b>k - <math>\omega</math> SST</b>	0.143	0.143	0.831	0.534	1.256	1.067	1.355	0.290	0.192

Tabuľka 7.6: Jednotlivé koeficienty metódy MSE

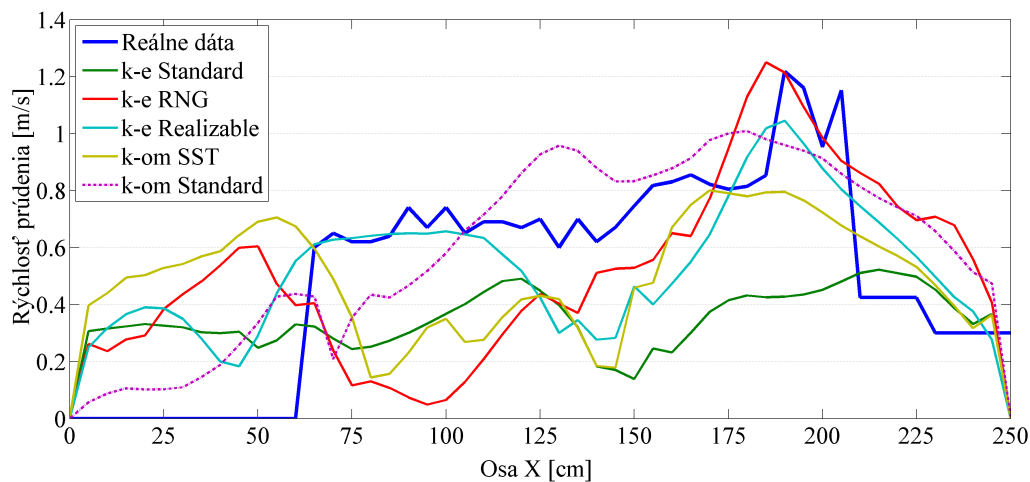
Modely	5 cm	10 cm	15 cm	20 cm	25 cm	30 cm	35 cm	40 cm	45 cm
<b>k - <math>\varepsilon</math> Standard</b>	-0.125	0.291	-0.136	0.295	0.152	0.408	0.101	0.118	0.051
<b>k - <math>\varepsilon</math> RNG</b>	-0.111	0.359	0.228	0.278	0.280	0.393	0	-0.080	-0.333
<b>k - <math>\varepsilon</math> Realizable</b>	0.497	0.289	0.130	0.342	0.194	0.437	0.040	0.108	0.456
<b>k - <math>\omega</math> Standard</b>	0.574	0.618	0.423	0.430	0.241	0.488	0.092	0.010	0.508
<b>k - <math>\omega</math> SST</b>	-0.149	0.239	0.129	0.445	0.241	0.385	0.036	0.192	0.460

Tabuľka 7.7: Jednotlivé koeficienty metódy NSE

Farebné časti vyobrazujú najväčšiu zhodu s nameranými hodnotami. Rovinu  $XZ1$ , ktorá je vzdialená od steny boxu len 5 cm najlepšie nasimuloval model  $k - \omega$  Standard.

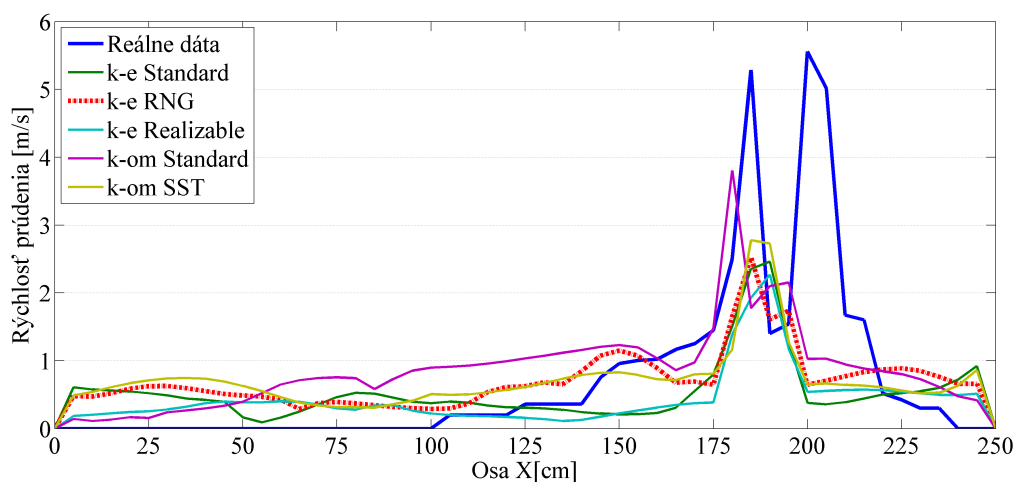
Porovnanie rýchlosti prúdenia jednotlivých modelov v hladinách 5, 25 a 45 cm s reálnymi hodnotami sa nachádzajú na nasledujúcich grafoch. Kde modrou farbou sú zobrazené reálne hodnoty a čiarkovanou čiarou je zobrazený model, ktorý sa najviac približoval k reálnym hodnotám.

## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ



Obr. 7.34: Porovnanie jednotlivých modelov s reálnymi hodnotami v hladine 5 cm

V hladine 5 cm sa najviac k reálnym hodnotám približoval model  $k - \omega$  Standard čo je viditeľné z Obrázku 7.34 ale aj s tabuľiek 7.6 a 7.7.

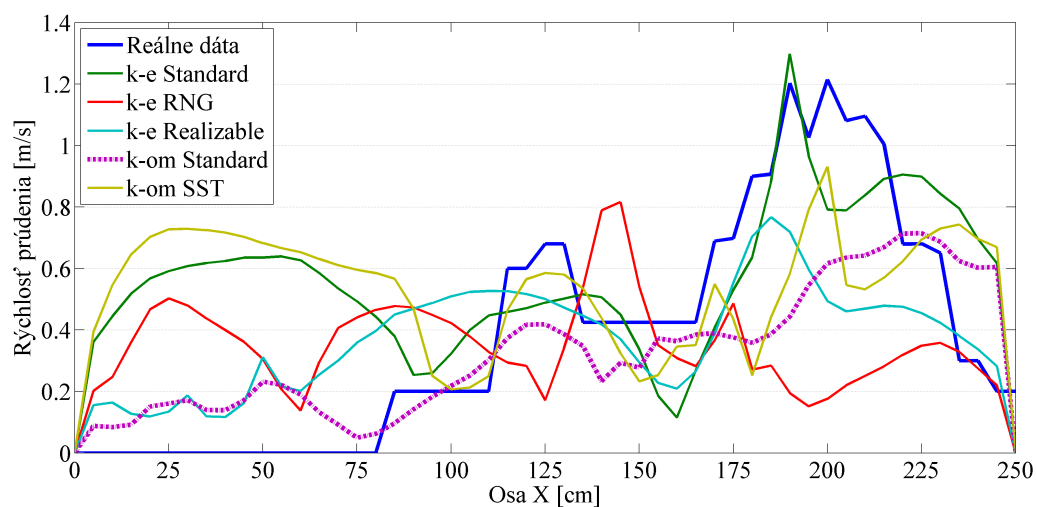


Obr. 7.35: Porovnanie jednotlivých modelov s reálnymi hodnotami v hladine 25 cm

Obrázok 7.35 znázorňuje hladinu vo výške 25 cm. Reálne hodnoty v oblasti ventílátorov dosahovali najvyššie hodnoty a to  $5.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Najviac k reálnym hodnotám sa približoval model  $k - \varepsilon$  RNG (červená čiarkovaná čiara).



## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ



Obr. 7.36: Porovnanie jednotlivých modelov s reálnymi hodnotami v hladine 45 cm

V hladine 45 cm bol k reálnym hodnotám najbližšie model  $k - \omega$  Standard.

### Rovina XZ2

Modely	5 cm	10 cm	15 cm	20 cm	25 cm	30 cm	35 cm	40 cm	45 cm
<b>k - <math>\epsilon</math> Standard</b>	1.154	0.415	0.312	0.188	0.141	0.312	0.470	0.512	1.045
<b>k - <math>\epsilon</math> RNG</b>	0.762	0.460	0.390	0.249	0.166	0.173	0.237	0.305	1.306
<b>k - <math>\epsilon</math> Realizable</b>	1.279	0.458	0.413	0.168	0.127	0.358	0.526	0.641	0.972
<b>k - <math>\omega</math> Standard</b>	0.609	0.487	0.317	0.253	0.224	0.289	0.376	0.411	1.285
<b>k - <math>\omega</math> SST</b>	1.014	0.445	0.460	0.292	0.202	0.258	0.418	0.619	0.933

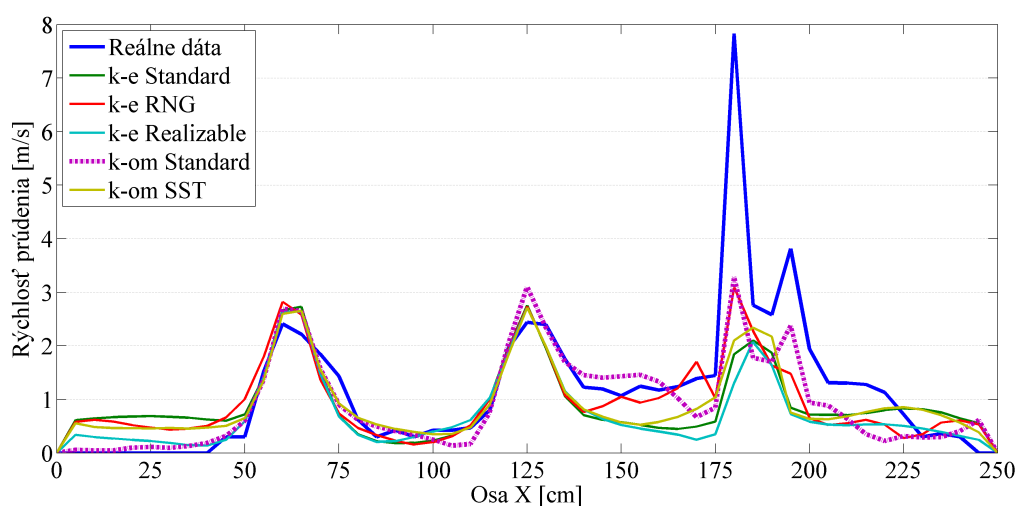
Tabuľka 7.8: Jednotlivé koeficienty metódy MSE

## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ

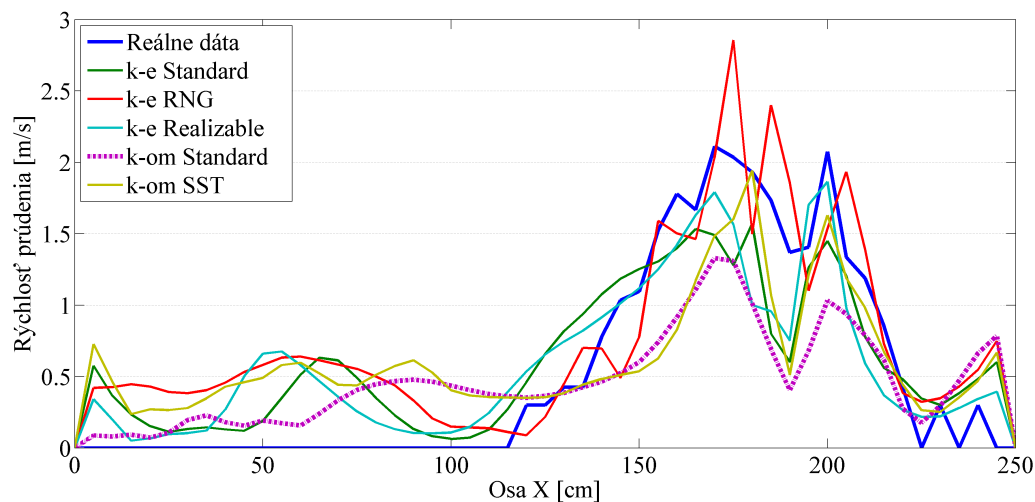
Modely	5 cm	10 cm	15 cm	20 cm	25 cm	30 cm	35 cm	40 cm	45 cm
<b>k - <math>\varepsilon</math> Standard</b>	0,324	0,610	0.642	0.717	0.722	0.591	0.514	0.511	0.524
<b>k - <math>\varepsilon</math> RNG</b>	0.553	0.567	0.552	0.625	0.672	0.773	0.755	0.683	0.405
<b>k - <math>\varepsilon</math> Realizable</b>	0.250	0.569	0.527	0.747	0.749	0.531	0.456	0.333	0.558
<b>k - <math>\omega</math> Standard</b>	0.643	0.541	0.636	0.620	0,558	0.621	0.611	0.572	0.415
<b>k - <math>\omega</math> SST</b>	0.406	0.581	0.472	0.561	0.600	0.662	0.568	0.356	0.575

Tabuľka 7.9: Jednotlivé koeficienty metódy NSE

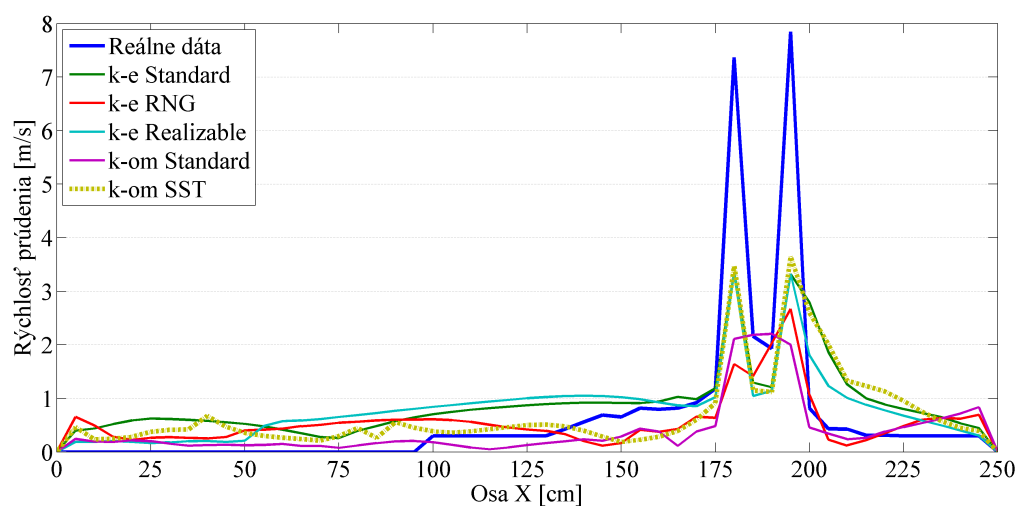
Z vypočítaných koeficientov sa dá určiť, že pre hladiny 10 a 15 cm sa najviac približoval k reálnym hodnotám model  $k - \varepsilon$  Standard, pre hladiny 20 a 25 cm  $k - \varepsilon$  Realizable a pre 30, 35 a 40 cm model  $k - \varepsilon$  RNG. Ako už bolo povedané vyššie,  $\varepsilon$  modely počítajú prúdenie lepšie ďalej od steny ako  $\omega$  modely. To môžeme pozorovať aj v tejto rovine, ktorá prechádza stredom boxu.



Obr. 7.37: Porovnanie jednotlivých modelov s reálnymi hodnotami v hladine 5 cm



Obr. 7.38: Porovnanie jednotlivých modelov s reálnymi hodnotami v hladine 25 cm



Obr. 7.39: Porovnanie jednotlivých modelov s reálnymi hodnotami v hladine 45 cm

### Rovina YZ1

Pre túto rovinu pri použití metódy *NSE* koeficienty pre skoro všetky hladiny vyšli záporne, čo znamená že dochádza k nezhode modelov s reálnym meraním. Ale aj tak sa dá určiť najbližší model k reálnym hodnotám.

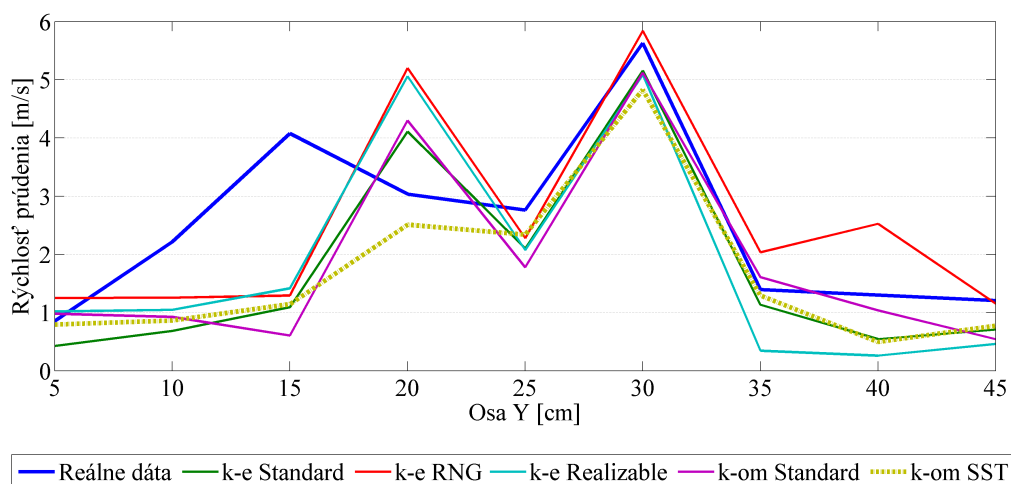
## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ

Modely	5 cm	10 cm	15 cm	20 cm	25 cm	30 cm	35 cm	40 cm	45 cm
<b>k - <math>\epsilon</math></b> <b>Standard</b>	1.571	2.642	2.241	1.350	1.127	3.785	2.133	2.097	0.666
<b>k - <math>\epsilon</math></b> <b>RNG</b>	1.744	2.499	2.033	2.151	1.346	3.072	0.5837	0.893	0.474
<b>k - <math>\epsilon</math></b> <b>Realizable</b>	1.780	2.651	2.745	1.739	1.493	4.046	2.066	2.638	0.406
<b>k - <math>\omega</math></b> <b>Standard</b>	1.901	2.114	2.895	2.349	1.917	3.172	1.456	1.216	0.518
<b>k - <math>\omega</math></b> <b>SST</b>	1.376	2.546	2.255	2.103	0.889	4.526	1.900	2.382	0.473

Tabuľka 7.10: Jednotlivé koeficienty metódy MSE

Modely	5 cm	10 cm	15 cm	20 cm	25 cm	30 cm	35 cm	40 cm	45 cm
<b>k - <math>\epsilon</math></b> <b>Standard</b>	0.284	-1.637	-0.925	0.531	0.200	-0.428	-6.661	-2.619	0.527
<b>k - <math>\epsilon</math></b> <b>RNG</b>	0.206	-1.494	-0.746	0.252	0.044	-0.159	-1.096	-0.541	0.663
<b>k - <math>\epsilon</math></b> <b>Realizable</b>	0.186	-1.646	-1.357	0.395	-0.060	-0.527	-6.419	-3.553	0.712
<b>k - <math>\omega</math></b> <b>Standard</b>	0.134	-1.110	-1.486	0.183	-0.361	-0.197	-4.231	-1.098	0.632
<b>k - <math>\omega</math></b> <b>SST</b>	0.373	-1.541	-0.937	0.269	0.369	-0.708	-5.823	-3.111	0.664

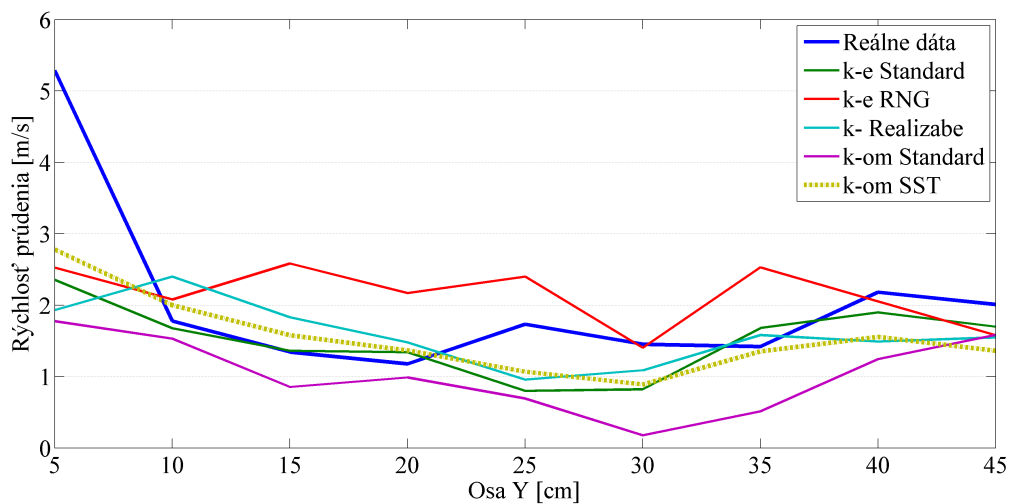
Tabuľka 7.11: Jednotlivé koeficienty metódy NSE



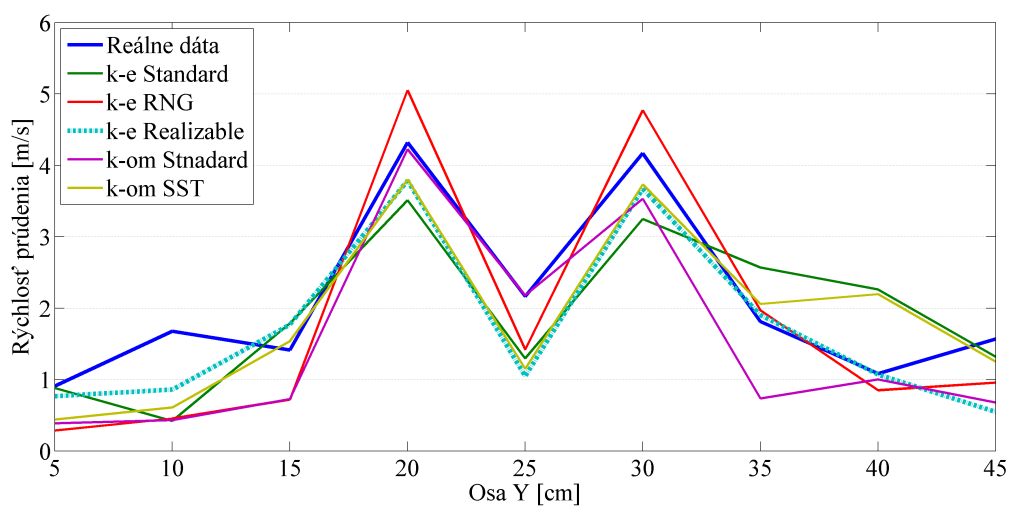
Obr. 7.40: Porovnanie jednotlivých modelov s reálnymi hodnotami v hladine 5 cm

## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ

Pre hladinu 5 cm a 25 cm bol najbližším modelom k reálnym hodnotám model  $k - \omega$  SST.



Obr. 7.41: Porovnanie jednotlivých modelov s reálnymi hodnotami v hladine 25 cm



Obr. 7.42: Porovnanie jednotlivých modelov s reálnymi hodnotami v hladine 45 cm

## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ

### Rovina YZ2

Táto rovina je vzdialená od kraja boxu 125 cm a pretína stred výstupu V1. Najbližším modelom k reálnym hodnotám bol model  $k - \omega$  *Standard* a druhým najbližším model  $k - \omega$  *SST*.

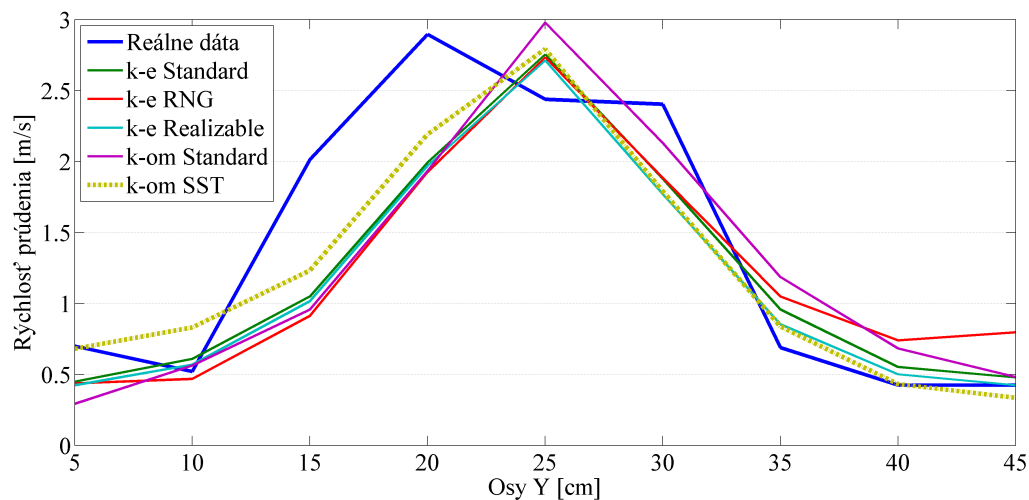
Modely	5 cm	10 cm	15 cm	20 cm	25 cm	30 cm	35 cm	40 cm	45 cm
$k - \epsilon$ <b>Standard</b>	0.253	0.090	0.037	0.028	0.158	0.167	0.270	0.339	0.391
$k - \epsilon$ <b>RNG</b>	0.327	0.120	0.066	0.146	0.250	0.180	0.213	0.132	0.287
$k - \epsilon$ <b>Realizable</b>	0.271	0.095	0.055	0.030	0.177	0.178	0.269	0.335	0.415
$k - \omega$ <b>Standard</b>	0.321	0.078	0.089	0.105	0.157	0.131	0.151	0.119	0.053
$k - \omega$ <b>SST</b>	0.193	0.020	0.041	0.067	0.140	0.167	0.245	0.286	0.326

Tabuľka 7.12: Jednotlivé koeficienty metódy MSE

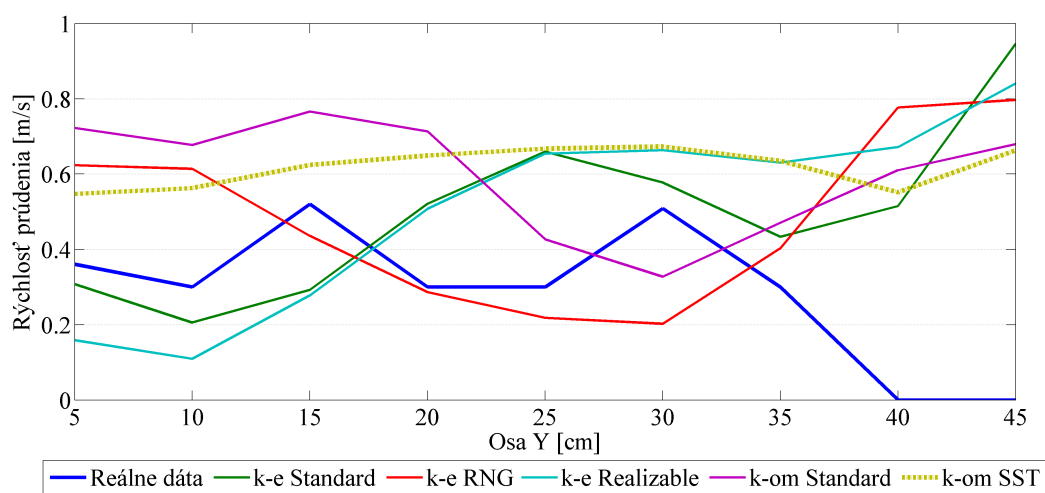
Modely	5 cm	10 cm	15 cm	20 cm	25 cm	30 cm	35 cm	40 cm	45 cm
$k - \epsilon$ <b>Standard</b>	0.727	0.089	-0.533	-2.570	-4.195	-110.174	-44.586	-26.538	-6.557
$k - \epsilon$ <b>RNG</b>	0.648	-0.210	-1.721	-17.347	-7.189	-118.827	-34.927	-9.722	-4.548
$k - \epsilon$ <b>Realizable</b>	0.708	0.043	-1.271	-2.768	-4.816	-117.398	-44.547	-26.264	-7.009
$k - \omega$ <b>Standard</b>	0.655	0.209	-2.696	-12.165	-4.166	-86.370	-24.582	-8.657	-0.029
$k - \omega$ <b>SST</b>	0.793	0.798	-0.688	-7.397	-3.577	-110.557	-40.474	-22.275	-5.299

Tabuľka 7.13: Jednotlivé koeficienty metódy NSE

## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ



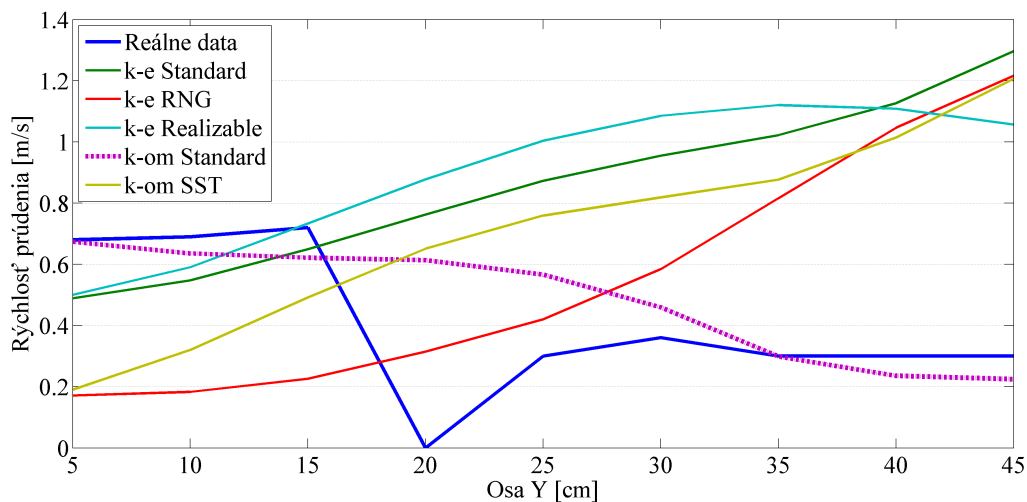
Obr. 7.43: Porovnanie jednotlivých modelov s reálnymi hodnotami v hladine 5 cm



Obr. 7.44: Porovnanie jednotlivých modelov s reálnymi hodnotami v hladine 25 cm

Z obrázku 7.44 je vidieť, že jednotlivé modely neodpovedajú reálnym hodnotám. Ale podľa štatistiky je najbližšie model  $k - \omega SST$ .

## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ



Obr. 7.45: Porovnanie jednotlivých modelov s reálnymi hodnotami v hladine 45 cm

### Rovina YZ3

Modely	5 cm	10 cm	15 cm	20 cm	25 cm	30 cm	35 cm	40 cm	45 cm
k - $\epsilon$ Standard	0.327	0.213	0.375	0.351	0.288	0.239	0.158	0.107	0.171
k - $\epsilon$ RNG	0.309	0.239	0.470	0.424	0.328	0.312	0.291	0.244	0.358
k - $\epsilon$ Realizable	0.328	0.236	0.383	0.322	0.253	0.245	0.222	0.188	0.148
k - $\omega$ Standard	0.216	0.098	0.158	0.109	0.080	0.083	0.096	0.118	0.185
k - $\omega$ SST	0.303	0.264	0.556	0.581	0.533	0.543	0.487	0.422	0.467

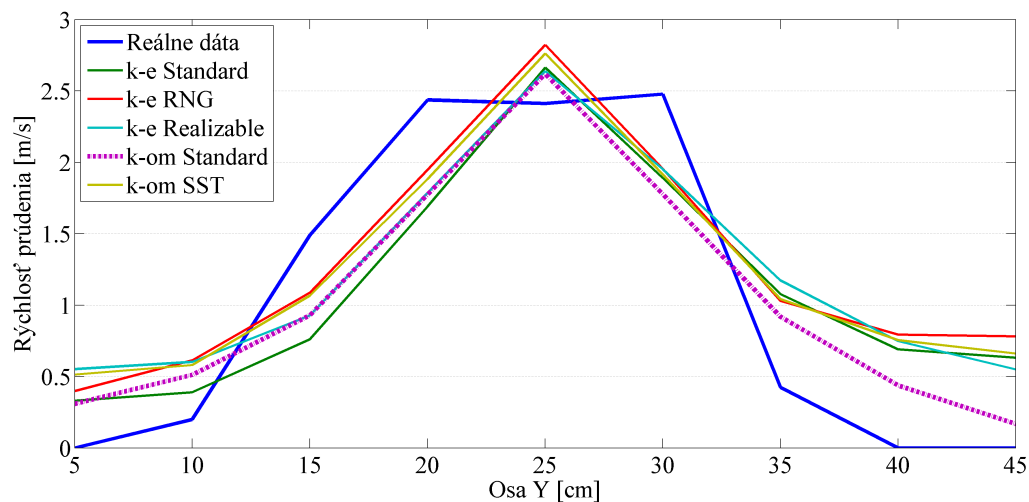
Tabuľka 7.14: Jednotlivé koeficienty metódy MSE

Modely	5 cm	10 cm	15 cm	20 cm	25 cm	30 cm	35 cm	40 cm	45 cm
k - $\epsilon$ Standard	0.7181	-0.064	-32.048	-87.752	-24.374	-59.419	-39.103	-8.423	-42.156
k - $\epsilon$ RNG	0.734	-0.193	-40.358	-106.403	-27.3241	-77.877	-72.574	-20.452	-89.536
k - $\epsilon$ Realizable	0.717	-0.177	-32.694	-80.468	-21.257	-60.900	-55.149	-15.587	-36.448
k - $\omega$ Standard	0.814	0.512	-12.915	-26.652	-6.021	-20.050	-23.297	-9.379	-45.768
k - $\omega$ SST	0.739	-0.318	-47.906	-146.086	-45.881	-136.462	-122.340	-36.132	-117.246

Tabuľka 7.15: Jednotlivé koeficienty metódy NSE

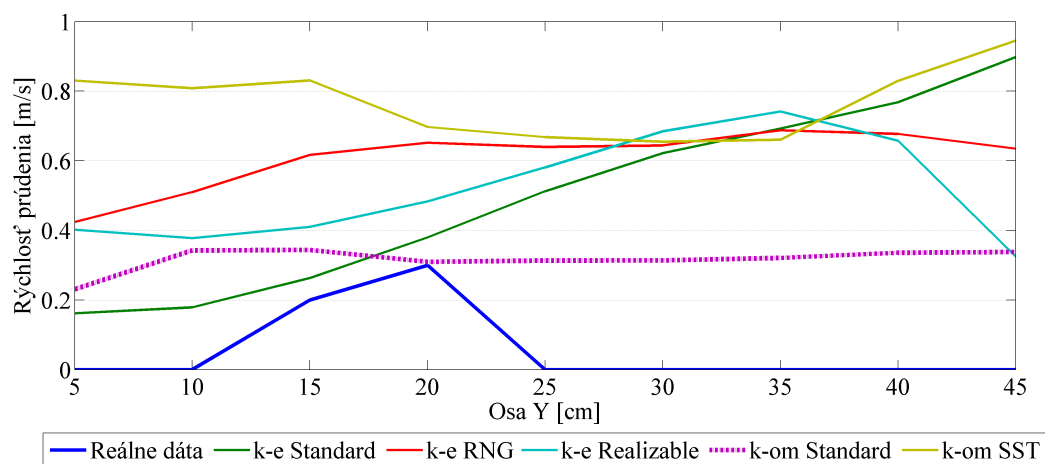


## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ

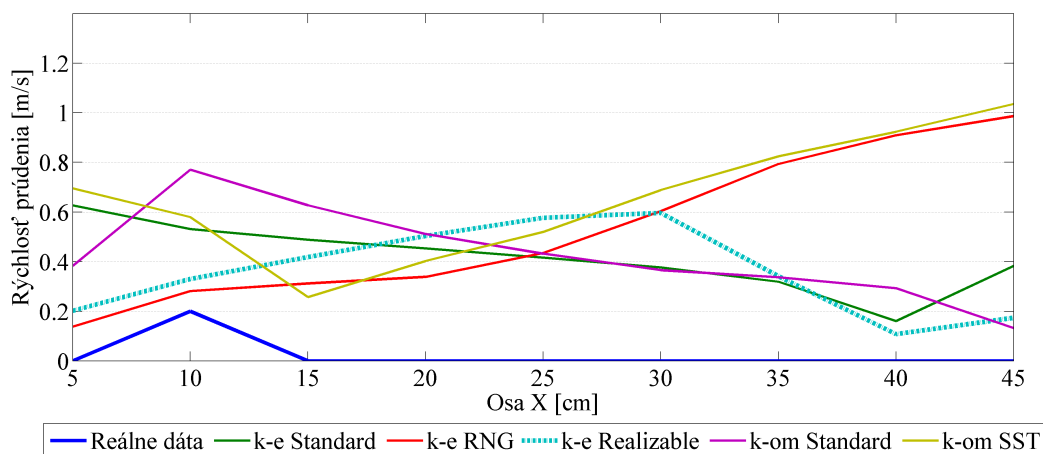


Obr. 7.46: Porovnanie jednotlivých modelov s reálnymi hodnotami v hladine 5 cm

Na obrázku 7.46 reálne dáta dosahovali maximálnu rýchlosť  $2.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Najbližšie k nim bol model  $k - \omega$  *Standard*, ale ani ostatné modely nevykazovali veľké odchýlky.



Obr. 7.47: Porovnanie jednotlivých modelov s reálnymi hodnotami v hladine 25 cm



Obr. 7.48: Porovnanie jednotlivých modelov s reálnymi hodnotami v hladine 45 cm

Pri celkovom porovnaní má najväčšiu zhodu s reálnym modelom model  $k-\omega$  *Standard*. Ďalšie modely, ktoré majú taktiež veľkú zhodu s reálnymi hodnotami sú modely  $k-\omega$  *SST* a  $k-\varepsilon$  *RNG*. Taktiež zaleží konkrétne na určitom mieste v boxu, kde má byť dané prúdenie vyhodnotené. Ak sa jedná o prúdenie blízko steny, štatisticky je pre toto najlepšie použiť model  $k-\omega$  *Standard*, v opačnom prípade (ďalej od steny) model  $k-\varepsilon$  *RNG*.

Grafy ostatných rovín sa nachádzajú v elektronickej prílohe na CD.

## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ

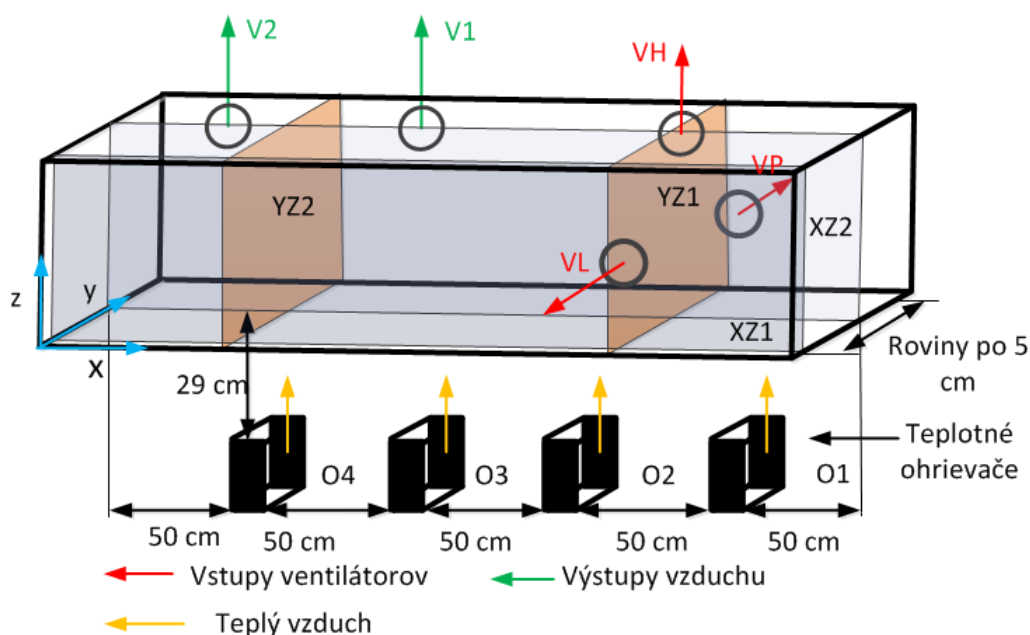
### 7.2 Reálne meranie a simulácia prúdenia vzduchu s prestupom tepla

Reálne meranie prúdenia vzduchu s prestupom tepla prebiehalo v rovnakom laboratórnom boxe ako pri meraní mechanických turbulencií ale s menšími úpravami (Príloha E).

#### 7.2.1 Reálne meranie termických turbulencií

Pre meranie termických turbulencií bolo dané dole víko boxu a celý box bol otočený hore nohami. V prednej časti boxu boli namontované 3 ventilátory. Tieto ventilátory nevťahali vzduch do boxu ako to bolo v predošlom prípade, ale von z boxu. Taktiež boli na hornej stene boxu ponechané dva otvory. Box bol položený na dve železné konzoly. Pod boxom boli umiestnené 4 teplotné ventilátory (ohrievače vzduchu) (Príloha G), ktoré vťahali teplý vzduch do boxu.

Pri meraní bolo použito 24 teplotných čidiel, ktoré boli zoradené pod sebou s odstupom 2 cm (Príloha F). Meranie prebiehalo v deviatich rovinách, s 24 hladinami. Pri vyhodnocovaní boli zvolené 4 roviny:  $XZ1$ , ktorá je vzdialená od kraja boxu 5 cm,  $XZ2$  táto rovina prechádza stredom boxu, rovina  $YZ1$  prechádza cez ventilátory vo vzdialenosti 185 cm od ľavej strany boxu a  $YZ2$  rovina prechádza nad posledným teplotným ohrievačom obrázok ??.

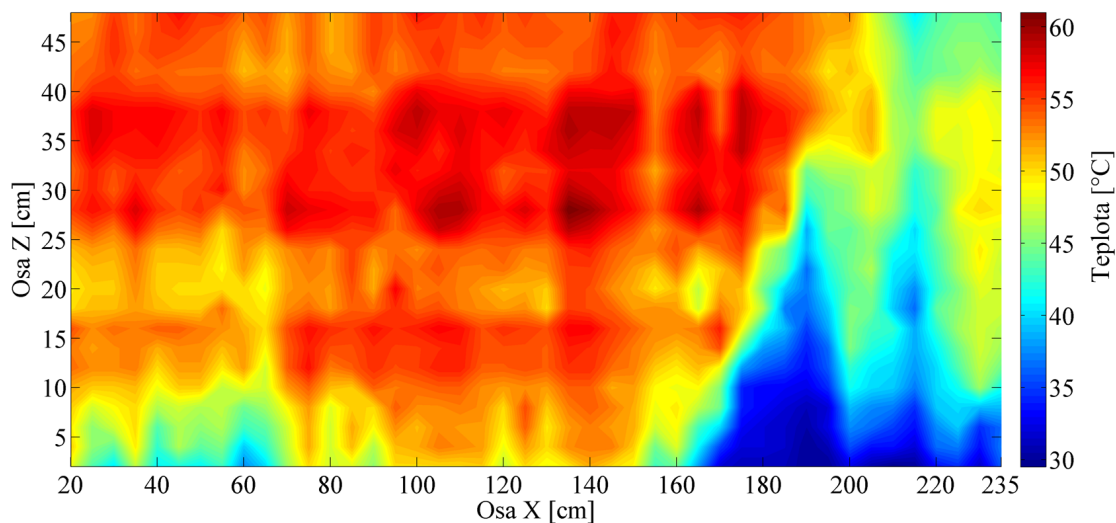


Obr. 7.49: Model boxu pre termické turbulencie

Na obrázku 7.50 je vidieť rozloženie teplotného poľa pri stene boxu. Najvyššia teplota je sústredená v strednej časti boxu. V pravej časti je teplota nižšia, čo je spôsobené v dôsledku jej odsávania ventilátormi von z boxu. V tomto mieste sa pohybovala teplota

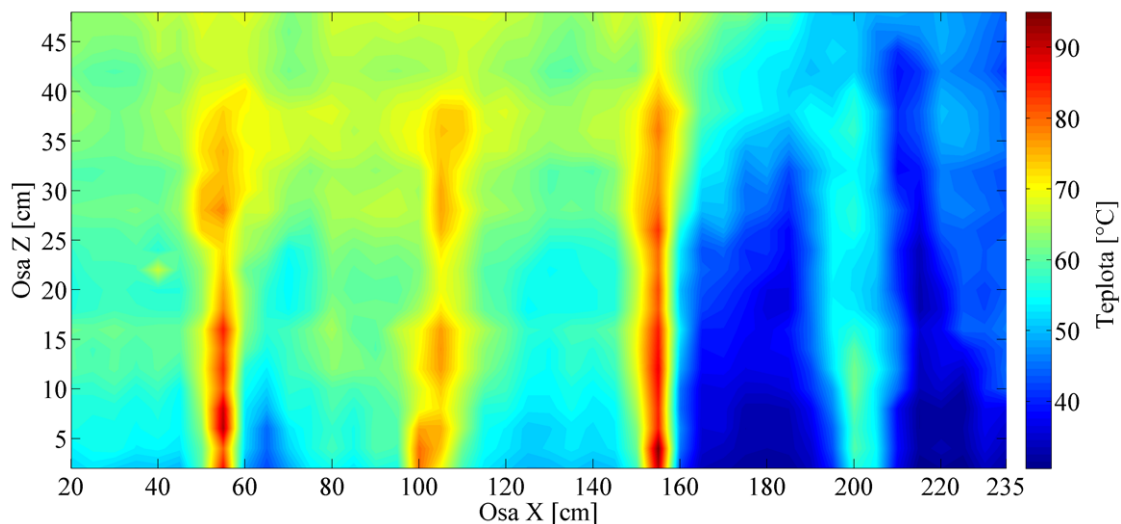
## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ

okolo 50°C. Rovina  $XZ2$  prechádza stredom boxu, čiže v 25 cm vzdialenosti od krajnej



Obr. 7.50: Teplotné pole v rovine XZ1

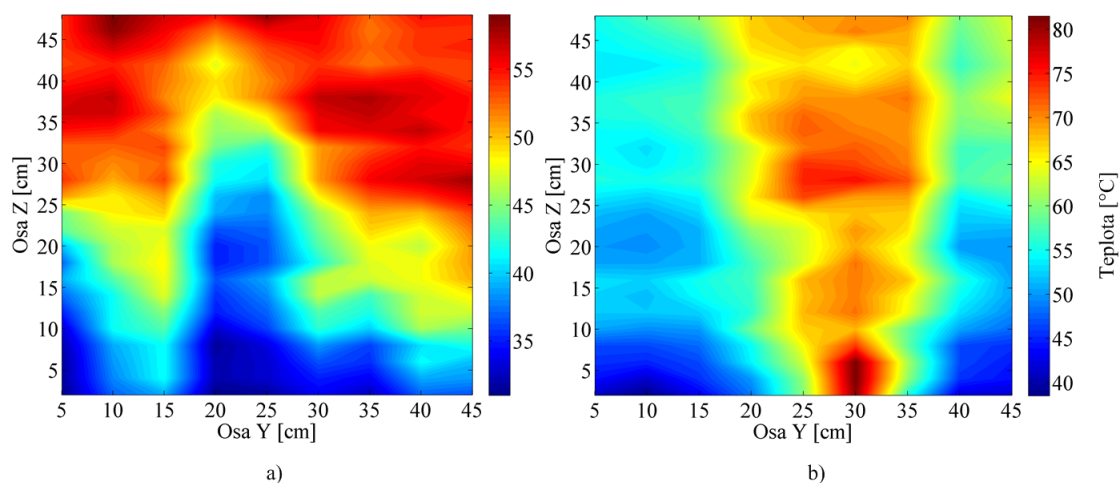
steny boxu. V strede boxu je už rozloženie tepla iné ako je tomu pri stene. Najväčšia teplota sa vyskytovala tesne nad ohrievačmi a postupne smerom hore klesala. V pravej časti boxu je teplota taktiež o niečo nižšia ako v ľavej časti, je to zase spôsobené ventilátormi, ktoré odsávajú teplý vzduch von z boxu obrázok 7.51.



Obr. 7.51: Teplotné pole v rovine XZ2

Na obrázku 7.52 sú zobrazené dve roviny. Rovina  $YZ1$  pretína box vo vzdialenosti 185 cm od krajnej steny cez ventilátory. Teplý vzduch je vysávaný ventilátormi von z boxu,

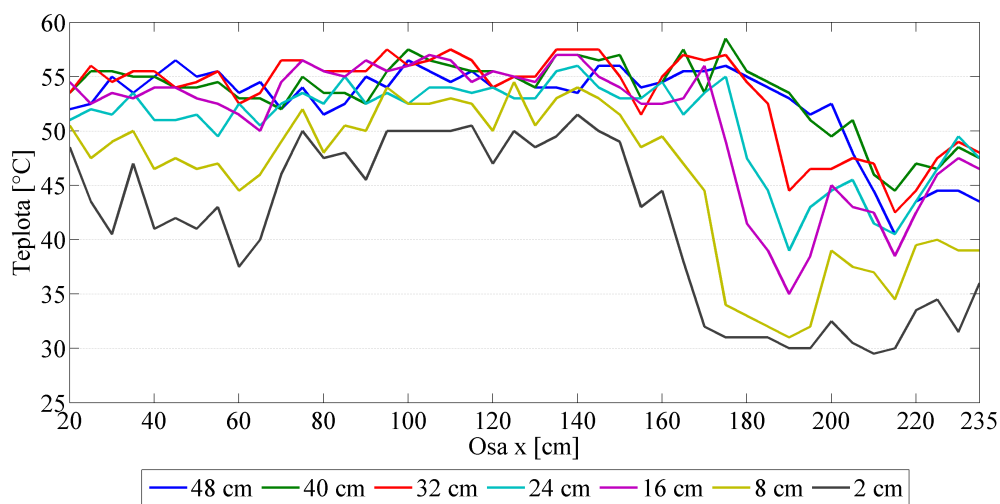
## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ



Obr. 7.52: Teplotné pole a) v rovine YZ1 b) v rovine YZ2

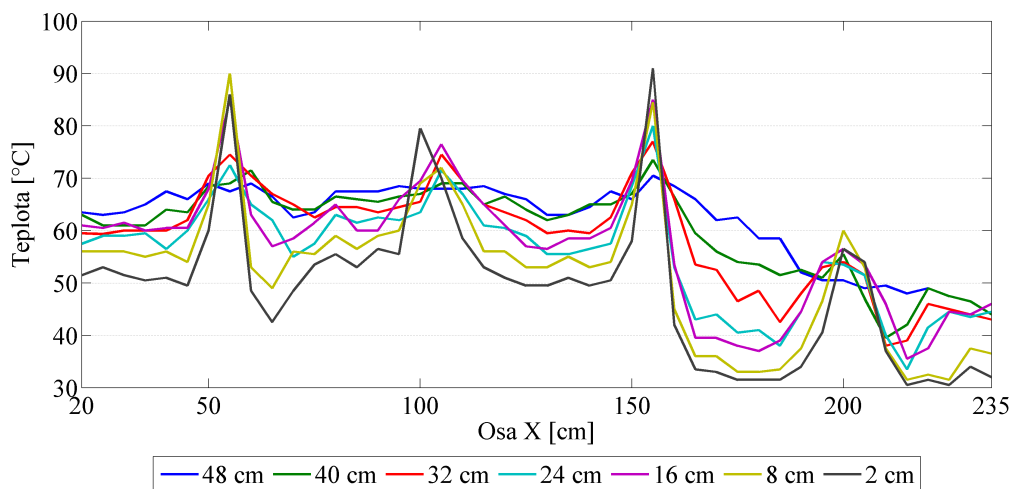
preto je viditeľné, že stred roviny je chladnejší ako jeho okolie. Rovina YZ2 sa nachádza nad posledným teplotným ohrievačom vzduchu. Vyššia teplota je v strede roviny nad ohrievačom a postupne sa rozchádza do strán.

Na nasledujúcich obrázkoch je zobrazená teplota vzduchu v jednotlivých rovinách a hladinách.



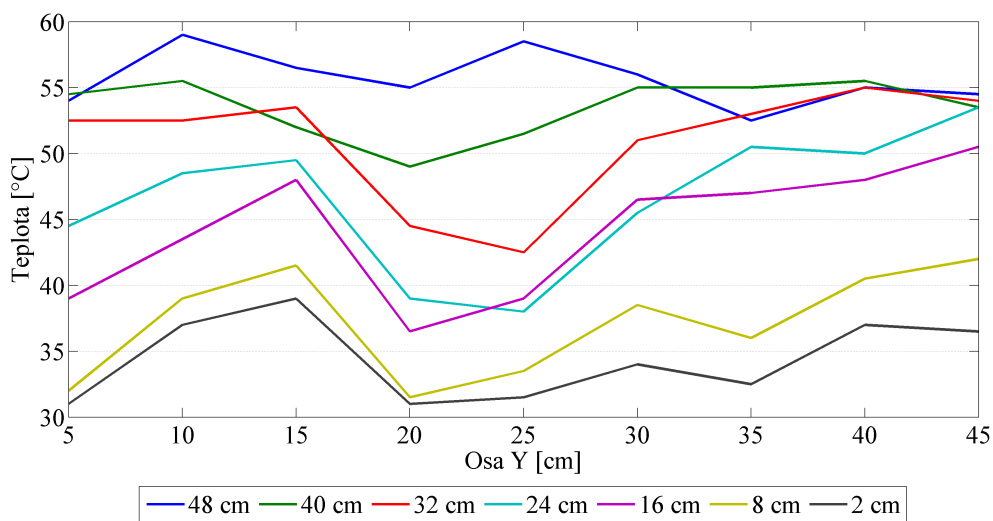
Obr. 7.53: Teplotné pole v rovine XZ1 v rôznych výškových hladinách

## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ



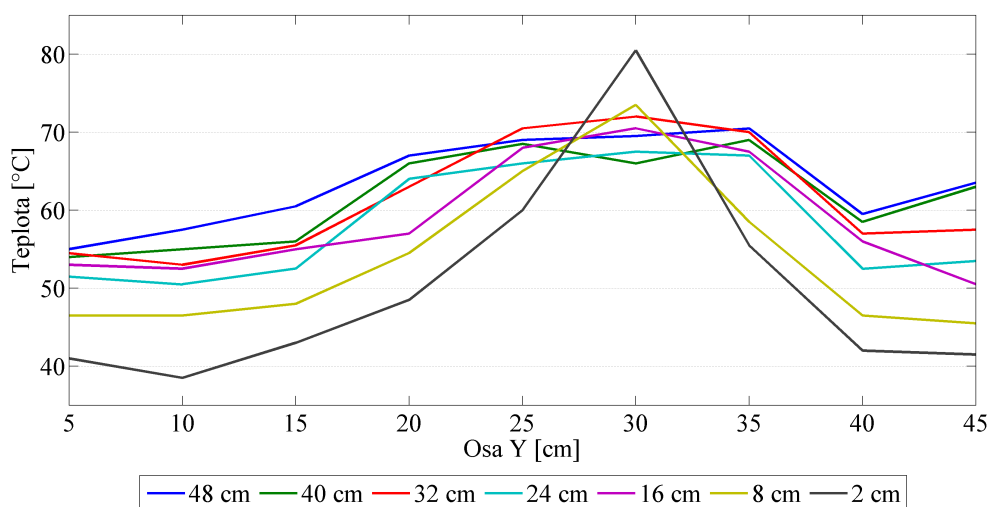
Obr. 7.54: Teplotné pole v rovine XZ2 v rôznych výškových hladinách

Z obrázku 7.54 je vidieť nižšiu teplotu v pravej časti boxu v mieste kde sa nachádzajú ventilátory. Najvyššia teplota bola nad teplotnými ohrievačmi. V rovine Y Z1 teplota so



Obr. 7.55: Teplotné pole v rovine YZ1 v rôznych výškových hladinách

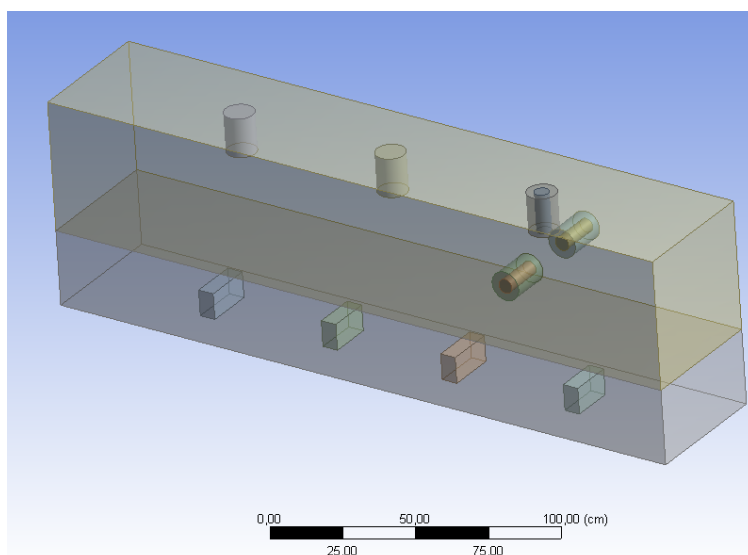
zvyšujúcou sa výškou rastie. Najvyššia teplota bola dosiahnutá pri hornej stene boxu okolo 58°C, obrázok 7.55. V rovine Y Z2 ktorá sa nachádza nad teplotným ohrievačom, je vidieť že najväčšia teplota bola dosiahnutá tesne nad ním v hladine 2 cm od spodnej strany boxu.



Obr. 7.56: Teplotné pole v rovine YZ2 v rôznych výškových hladinách

### 7.2.2 Simulácia termických turbulencií

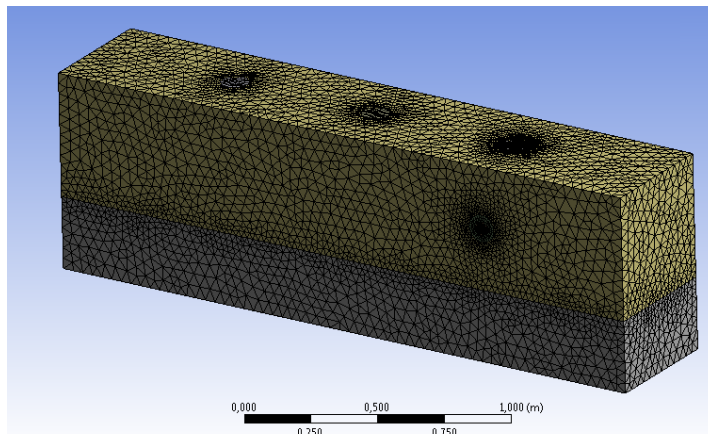
Geometrický model bol vytvorený podobným spôsobom ako pri simulovaní mechanických turbulencií. Keďže box sa nachádza na železných konzolách a je asi pol metra nad zemou musel sa tento priestor vytvoriť tiež. Preto boli vytvorené dva objemy, kde jeden predstavuje box a druhý vzduch pod ním, viď. obrázok 7.57. Následne boli vytvorené 4 vstupy, ktoré predstavovali teplotné ohrievače vzduchu.



Obr. 7.57: Geometrický model boxu pre termické turbulencie

## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ

Výpočtová sieť mala 560 tisíc elementov a v oblasti vstupov teplotných ohrievačov a jednotlivých výstupov z boxu došlo k jej zjemneniu.



Obr. 7.58: Výpočtová sieť

### 7.2.2.1 Nastavenie okrajových podmienok

Najskôr bolo potrebné nastaviť danému modelu aby počítal s výmenou tepla. V záložke *Models* bola povolená možnosť *Energy*.

Okrajové podmienky:

- **Ventilátory VL, VH, VP**

Keďže boli použité rovnaké ventilátory ako pri meraní mechanických turbulencií bol hmotnostný prietok rovnaký ako v kapitole 7.1.2.3. Jediný rozdiel bol iba v smere prúdenia vzduchu. Kde v tomto prípade bolo prúdenie nastavené z boxu von. Ich teplota bola nastavená podľa teploty v okolí, čiže 22, 5°C.

- **Prázdne prostredie**

Toto prostredie sa nachádza medzi boxom a teplotnými ohrievačmi vzduchu. Bola zvolená podmienka *pressure – outlet* a teplota bola nastavená podľa okolitého prostredia na 22, 5°C.

- **Vstupné teplotné ventilátory (ohrievače)**

Boli použité dva druhy teplotných ohrievačov (dokumentácia je uvedená v prílohe na DVD). Pomocou anemometru bola nameraná ich priemerná rýchlosť prúdenia. Ohrievače O1 a O3 dosahovali priemernú rýchlosť  $4.1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  a ohrievače O2 a O4 mali rýchlosť  $3.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Ich teplota bola u ohrievačov O1 a O3 110°C a u O2 a O4 114°C. Následne bola spočítaná ich výstupná plocha podľa vzorca:

$$S = a \cdot b, [\text{m}^2]. \quad (7.16)$$



## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ

---

### Orievače O1, a O3

$$S = 6 \cdot 16 = 96 \text{ cm}^2 = 0.0096 \text{ m}^2. \quad (7.17)$$

Keďže cez výstupné plochy ohrievačov prechádzajú plastové výstuže, bolo potrebné spočítať len plochu medzi nimi, cez ktorú prúdi teplý vzduch. Táto plocha teda bola:

$$S = 0.7 \cdot 5 \cdot 18 = 63 \text{ cm}^2 = 0.0063 \text{ m}^2, \quad (7.18)$$

krát 18 preto pretože tých plôch bolo 18. Následne bol na tejto ploche spočítaný hmotnostný prietok s použitým hustoty vzduchu pri teplote 110°C:

$$Q_m = Sv\rho = 0.0063 \cdot 4.1 \cdot 0.918 = 0.02371194 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}. \quad (7.19)$$

Tento hmotnostný prietok musel byť prepočítaný na celú plochu výstupu ohrievačov. Následovne trojčlenkou:

$$\frac{0.0096 \cdot 0.02371194}{0.0063}. \quad (7.20)$$

Hmotnostný prietok potom na celú plochu vyšiel 0,03613248  $\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Rovnakým spôsobom bol spočítaný aj hmotnostný prietok pre ohrievače O2 a O4. Jeho hodnota bola 0,0343602  $\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$ .

- **Výstupy V1 a V2**

Mali nastavenú podmienku *pressure – outlet* a teplotu okolia 22.5°C.

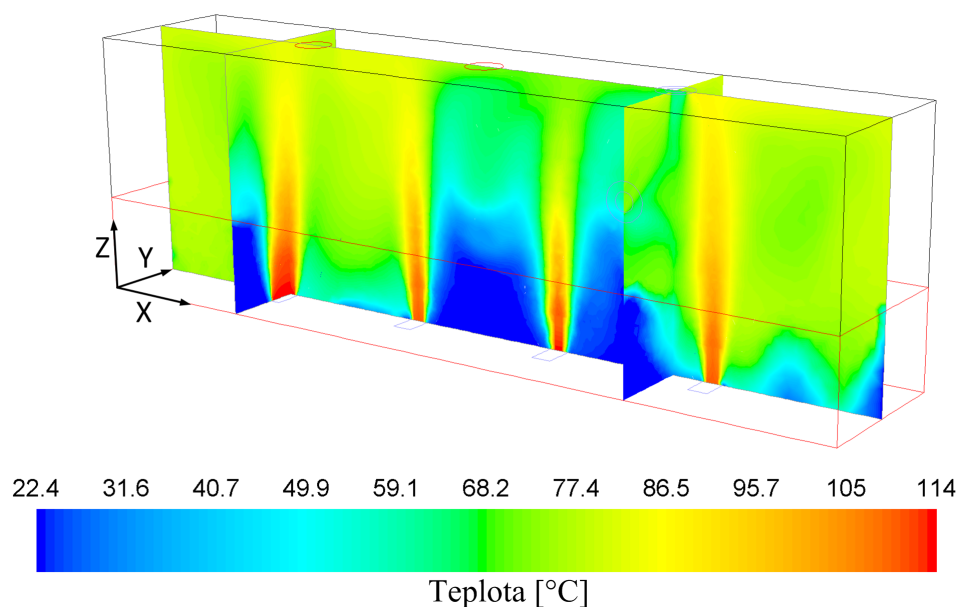
- **Stena boxu**

Na stene boxu bola definovaná iba okolitá teplota 22.5°C.

Boli spočítané viaceré varianty modelov, ale nepodarilo sa úplne dosiahnuť očakávaných výsledkov (rovnosti reálnym hodnotám).

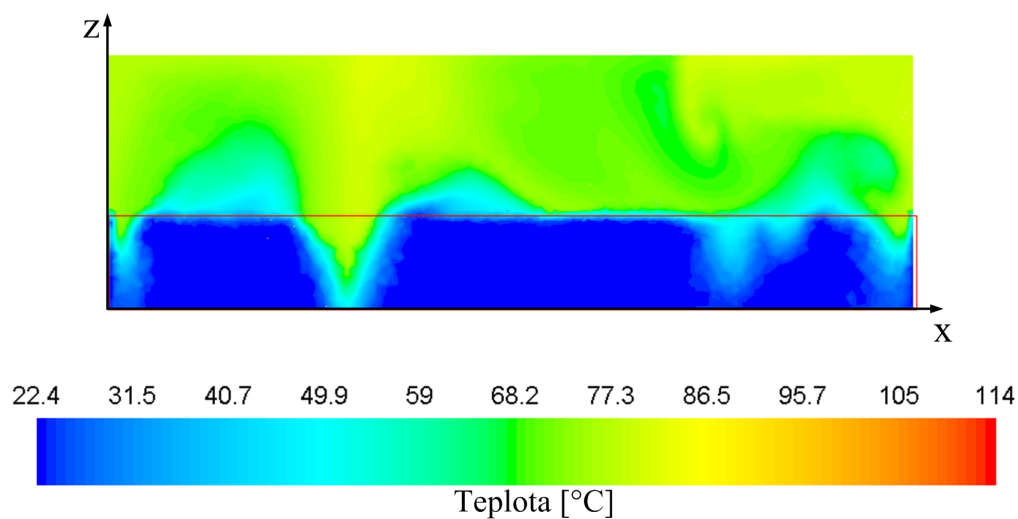
### 7.2.2.2 Model k - $\epsilon$ RNG s gravitačným zrýchlením

Pri nastavení gravitačného zrýchlenia bolo potrebné v záložke *General* označiť voľbu gravitácie a nastaviť hodnotu gravitačného zrýchlenia na 9.81  $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ .



Obr. 7.59: Rozloženie teplotného poľa naprieč celým boxom

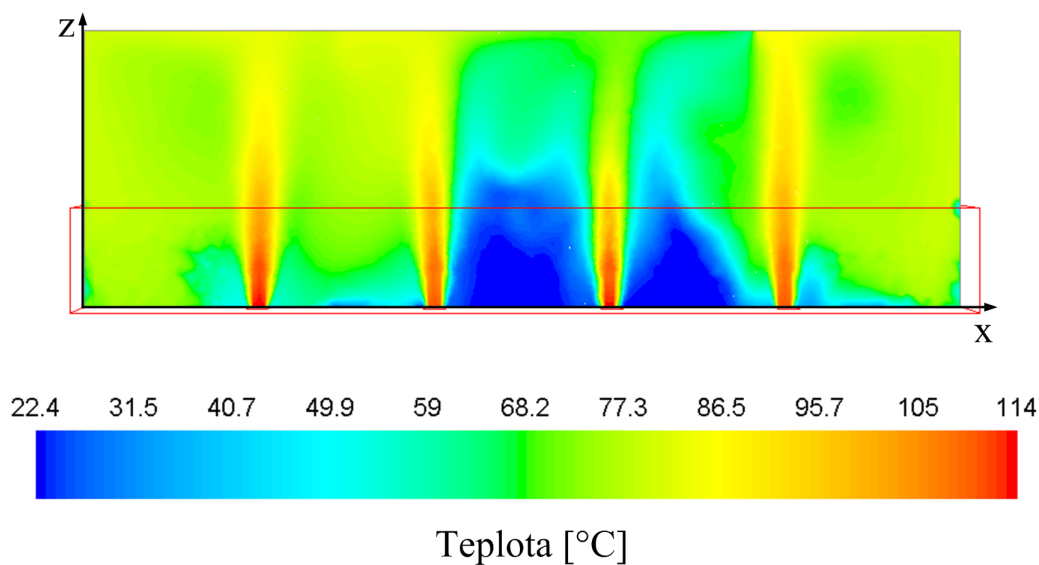
Na obrázku 7.59 je viditeľné rozloženie teplotného poľa v celom boxe. Teplota sa pohybovala v rozmedzí od 22.4°C až po 114°C na výstupoch teplotných ohrievačov.



Obr. 7.60: Rozloženie teplotného poľa v rovine XZ1

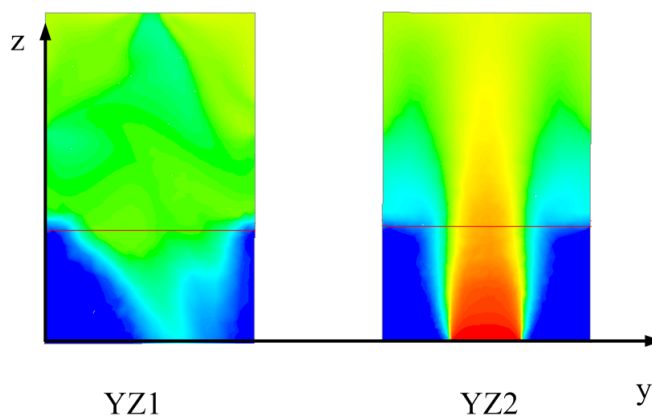
Rovina  $XZ1$  je vzdialená od krajnej steny boxu 5 cm. Je viditeľné zvýšenie teploty v pravom hornom rohu roviny a v oblasti nad teplotným ohrievačom. Na obrázku 7.61 je viditeľné zvýšenie teploty presne nad teplotnými ohrievačmi. V strednej časti boxu došlo

## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ



Obr. 7.61: Rozloženie teplotného poľa v rovine XZ2

k zníženiu teploty. Rovina  $YZ1$  pretína stred ventilátorov, ktoré vysávali teplý vzduch

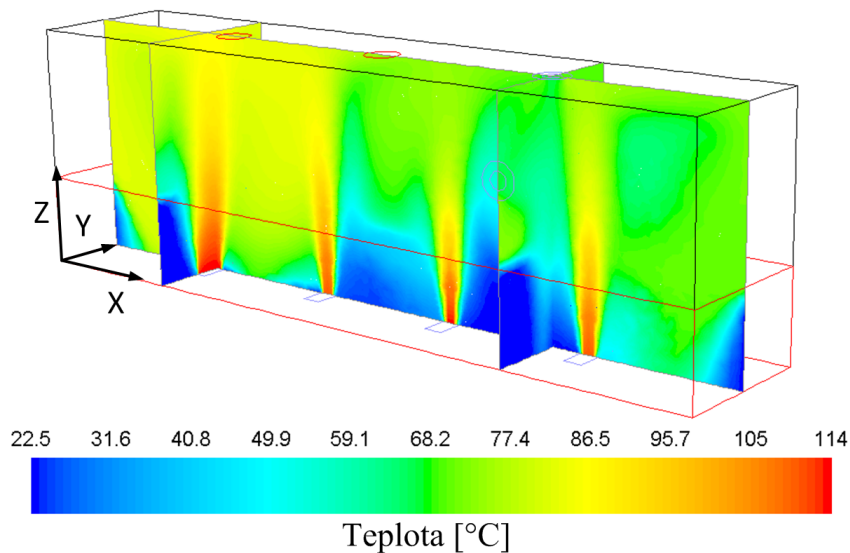


Obr. 7.62: Rozloženie teplotného poľa v rovine YZ1 a YZ2

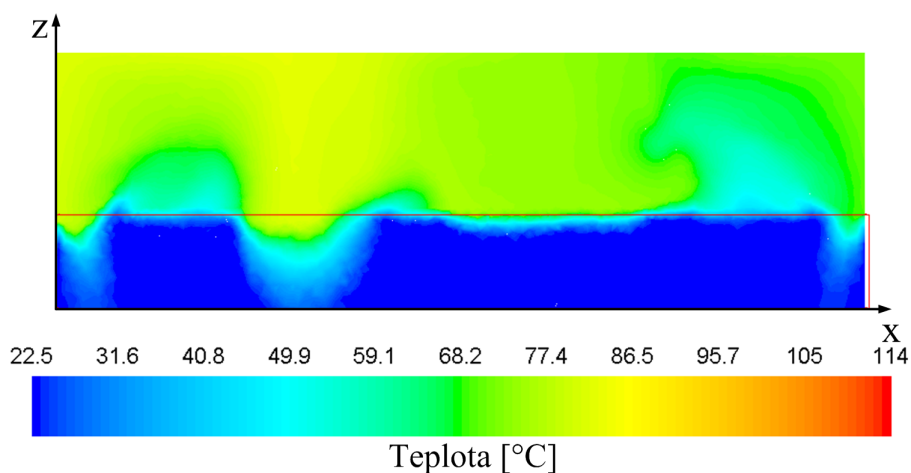
von z boxu. Je viditeľný pokles teploty v tejto oblasti v porovnaní s hornými rohmi danej roviny. Rovina  $YZ2$  prechádza stredom posledného teplotného ohrievača  $O4$ . Najväčšia teplota sa nachádzala tesne nad výstupom z ohrievača. Postupne dochádzalo k strate tepelnej energie s narastajúcou výškou.

## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ

### 7.2.2.3 Model k - $\epsilon$ Realizable s gravitačným zrýchlením



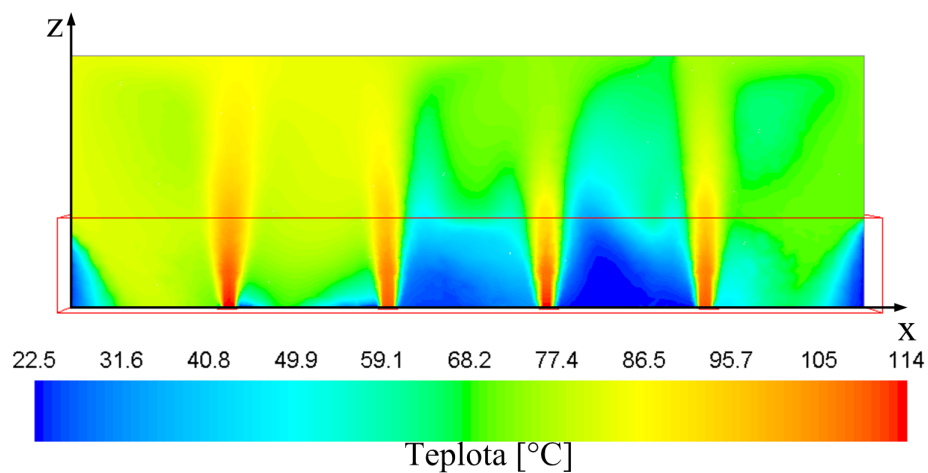
Obr. 7.63: Rozloženie teplotného poľa naprieč celým boxom



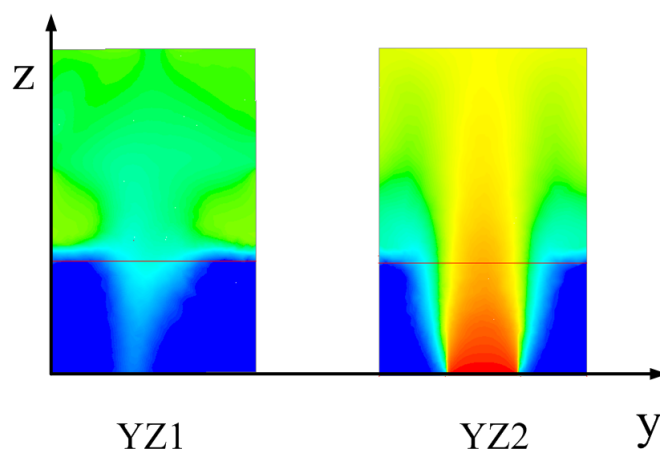
Obr. 7.64: Rozloženie teplotného poľa v rovine XZ1

V rovine  $XZ1$  je vidieť, že teplotné pole v pravej časti má nižšiu teplotu, čo bolo spôsobené odsávaním teplého vzduchu z boxu, ako pole v ľavej časti danej roviny. Tento jav je viditeľný aj v rovine  $XZ2$ . Najväčšia teplota bola dosiahnutá nad teplotnými ohrievačmi a s narastajúcou výškou došlo k jej poklesu.

Na obrázku 7.66 v rovine  $YZ1$  už nie je tak dobre viditeľné odsávanie teploty vzduchu von z boxu ako tomu bolo v predošlom prípade, kde bolo vidieť odsávanie horným



Obr. 7.65: Rozloženie teplotného poľa v rovine XZ2

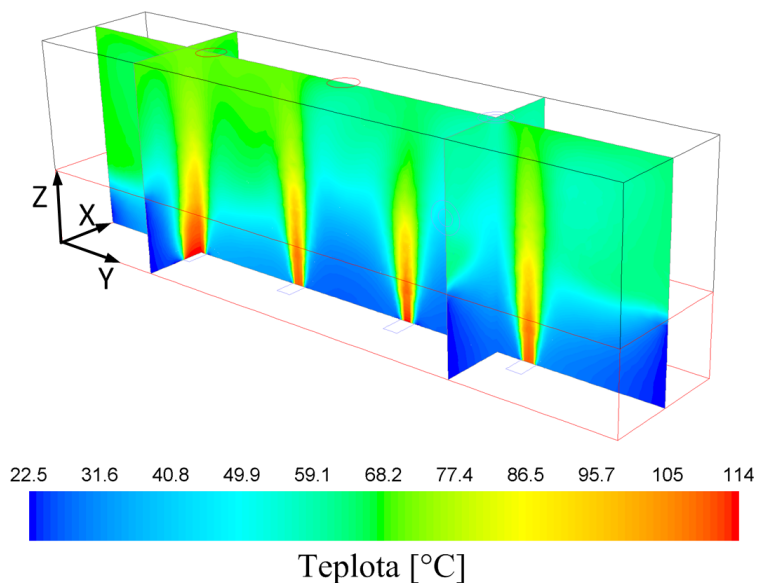


Obr. 7.66: Rozloženie teplotného poľa v rovine YZ1 a YZ2

ventilátorom. V tomto prípade má teplotné pole skôr konštantnú hodnotu  $68^{\circ}\text{C}$ . Rovina  $YZ2$  má podobný charakter prúdenia teplého vzduchu ako v predošlom modeli.

### 7.2.2.4 Model $k - \epsilon$ RNG s metódou turbulencie K a Epsilon

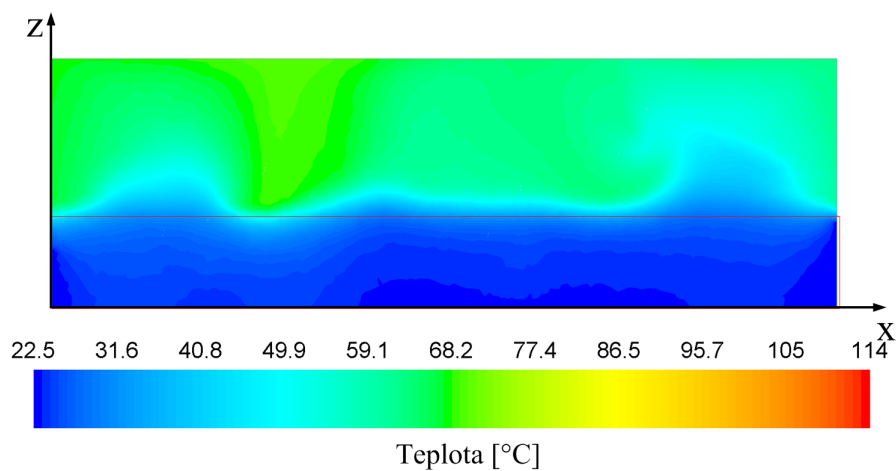
Pri natavení tohoto modelu bolo zmenené nastavenie turbulencie prázdneho priestoru pod boxom. Nebola použitá turbulentná intenzita a hydraulicky priemer ale metóda turbulencie bola zmenená na *KandEpsilon* metódu. V tejto metóde sa nastavuje turbulentná kinetická energia [ $m^2 \cdot s^{-2}$ ] a turbulentná strata rýchlosti [ $m^2 \cdot s^{-3}$ ]. Obidve hodnoty boli ponechané v základnom nastavení.



Obr. 7.67: Rozloženie teplotného poľa naprieč celým boxom

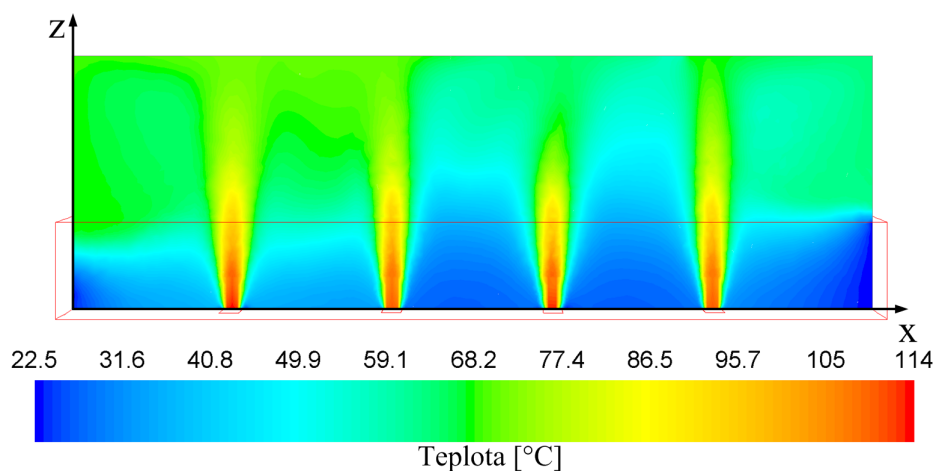
Najväčší rozdiel nastal v znížení danej teploty v celom boxe, narozdiel od predošlých simulácií. Ale aj tak bola teplota simulácie väčšia o 15°C ako tomu bolo pri reálnom meraní.

## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ



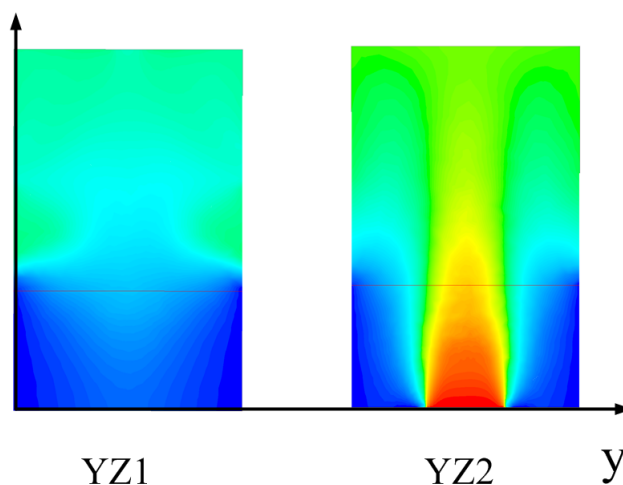
Obr. 7.68: Rozloženie teplotného poľa v rovine XZ1

Z roviny XZ1 je vidieť konštantné rozloženie teploty pri kraji boxu. V oblasti ventilátoru bola ale teplota o niečo nižšia v dôsledku odsávania teplého vzduchu von z boxu.



Obr. 7.69: Rozloženie teplotného poľa v rovine XZ2

V rovine XZ2 je vidieť, že prúd teplého vzduchu z teplotných ohrievačov nezasahoval tak vysoko do boxu ako to bolo v predošlých prípadoch.



Obr. 7.70: Rozloženie teplotného poľa v rovine YZ1 a YZ2

V rovine YZ1 nastal pokles teplotnej energie v strede danej roviny približne na teplotu 50°C. Tento model sa najviac približoval reálnym hodnotám ale aj tak došlo k veľkým odchýlkam teplôt.

Program Ansys Fluent 15 umožňuje veľmi veľa spôsobov nastavenia okrajových podmienok a taktiež obsahuje rôzne varianty počítania turbulencií. Pri počítaní teplotných zmien a prestupu tepla už jednotlivé modely nie sú tak jednoduché ako tomu bolo pri počítaní prúdenia vzduchu, kde sa neuvažuje s teplotou. Preto si vyžadujú veľmi presné nastavenie okrajových podmienok a taktiež veľmi dobré poznanie danej problematiky. Každé nové nastavenie okrajových podmienok pridáva len na zložitosti modelu a preto dochádza aj k časovo dlhšiemu počítaniu. V práci bolo spočítané viacej variant prúdenia s prestupom tepla ale len tieto tri sa približovali reálnemu meraniu najviac, preto sú aj uvedené v práci.



### 7.3 Reálne meranie a simulácia gaussovského zväzku

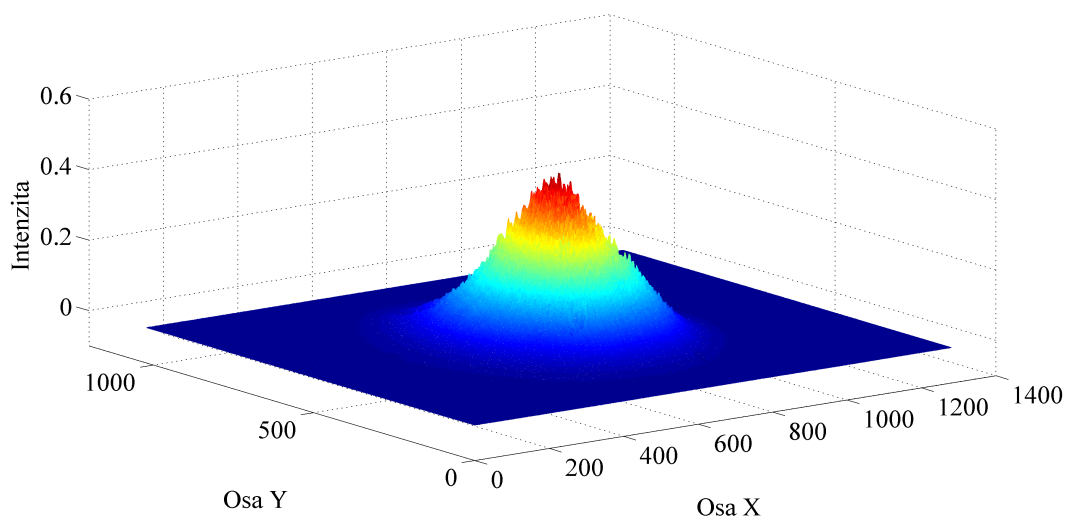
Ďalším cieľom diplomovej práce bolo zmerať vplyv turbulencií na optický zväzok v priestore a vytvoriť simuláciu gaussovského zväzku v softvérovej aplikácii.

#### 7.3.1 Reálne meranie gaussovského zväzku

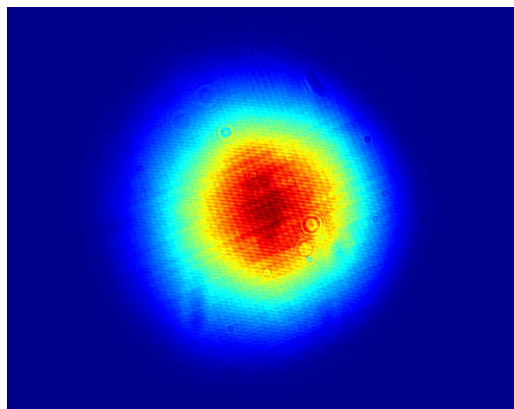
Pri meraní vplyvu turbulencií na Gaussovský zväzok bola použitá kamera (CMOS-1201)(Príloha I) pomocou ktorej boli dáta zaznamenávané do počítača. Na jednej strane boxu sa nachádzal optický zdroj a na druhej strane optická kamera. Boli použité tri optické zdroje z rôznou vlnovou dĺžkou  $632\text{ nm}$  (Príloha J),  $650\text{ nm}$  a  $850\text{ nm}$ . Kamera zaznamenávala celkovo 5000 snímkov čo trvalo 4 minúty a 10 sekúnd. Meraní bolo 10, pre mechanické turbulencie, termické turbulencie a pre referenčnú hodnotu, čiže bez turbulencie.

##### 7.3.1.1 Vlnová dĺžka $632\text{ nm}$

Najskôr bolo merané vychýľovanie Gaussovského zväzku bez vplyvu turbulencií. Obrázky 7.71 a 7.72 zobrazujú Gaussovský zväzok pre vlnovú dĺžku  $632\text{ nm}$ . Najväčší výkon dopadá do stredu zväzku a postupne klesá s rozširovaním do strán.

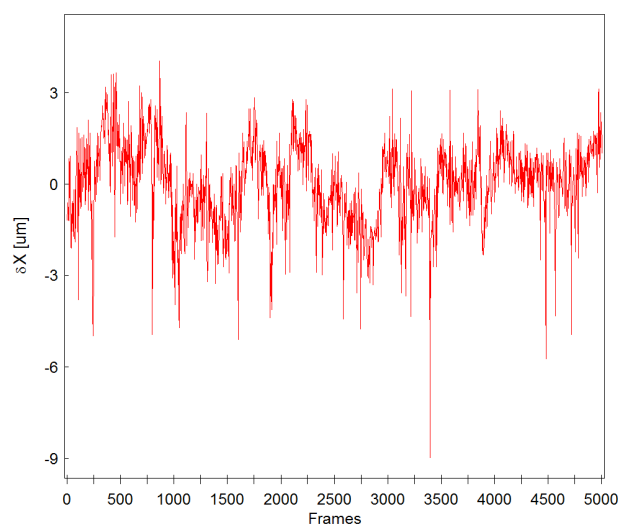


Obr. 7.71: Gaussovský zväzok  $632\text{ nm}$



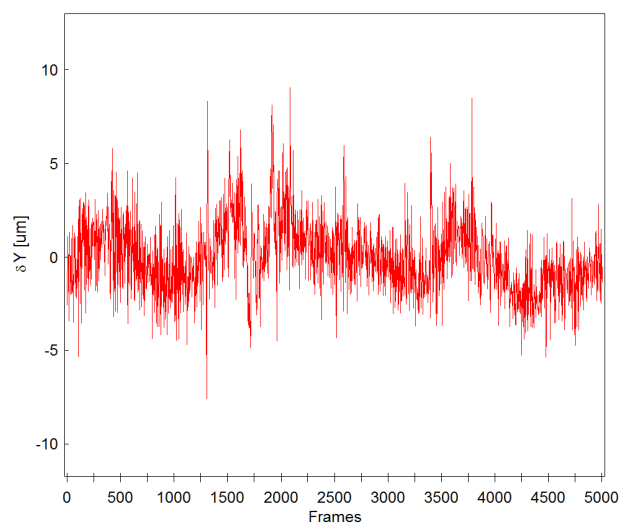
Obr. 7.72: Gaussovský zväzok 632 nm

Nevýhodou celkového merania vychýľovania Gaussovského zväzku je nestabilita celej meracej sústavy. Merania prebiehali hlavne vo večerných hodinách pretože aj pohyb ľudí v budove spôsoboval vychýľovanie zväzku.



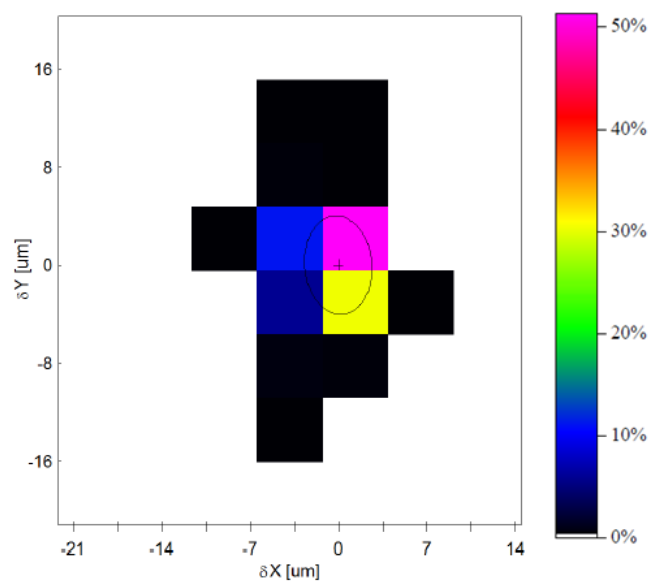
Obr. 7.73: Vychýľenie osi X

## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ



Obr. 7.74: Vychýlenie osi Y

Obrázky 7.73 a 7.74 zobrazujú vychýlenie gaussovského zväzku vplyvom vibrácií budovy, chodením ľudí v budove atď. Vychýlenie sa pohybovalo od  $-3$  do  $3 \mu m$ . Gaussovský zväzok bol vychýľovaný viacej v Y, ose, čiže vertikálne než v ose X, čiže horizontálne.



Obr. 7.75: Percentuálne vyjadrenie vychýlenia zväzku

Na obrázku 7.75 je vidieť percentuálne vyjadrenie vychýlenia zväzku do daného pixelu kamery.

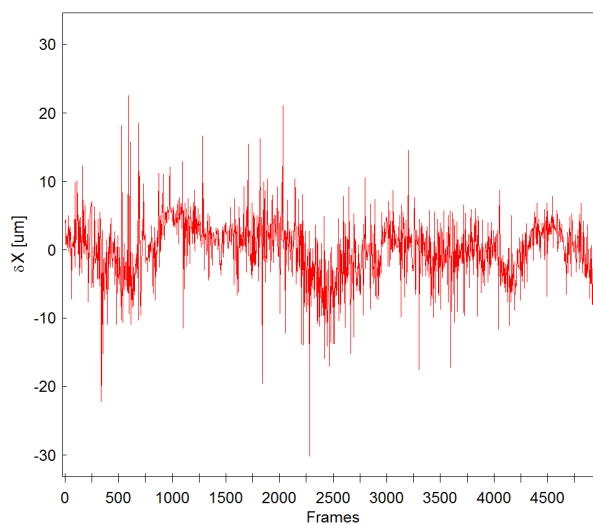
## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ

Počet meraní	Smerodajná odchýlka X [ $\mu\text{m}$ ]	Smerodajná odchýlka Y [ $\mu\text{m}$ ]
1	1.366	2.354
2	1.734	2.337
3	1.623	2.718
4	1.515	2.283
5	1,405	2,207
6	1.307	2.221
7	1.438	1.9
8	1.533	1.899
9	1.755	2.421
10	1.338	2.011
<b>Priemer</b>	1.5014	2.2353
<b>Medián</b>	1.4765	2.252
<b>Rozptyl</b>	0.0256	0.0635
<b>Smerodajná odchýlka</b>	0.16	0.2519

Tabuľka 7.16: Smerodajné odchýlky merania bez turbulencií (referenčné hodnoty) a ich zhodnotenie

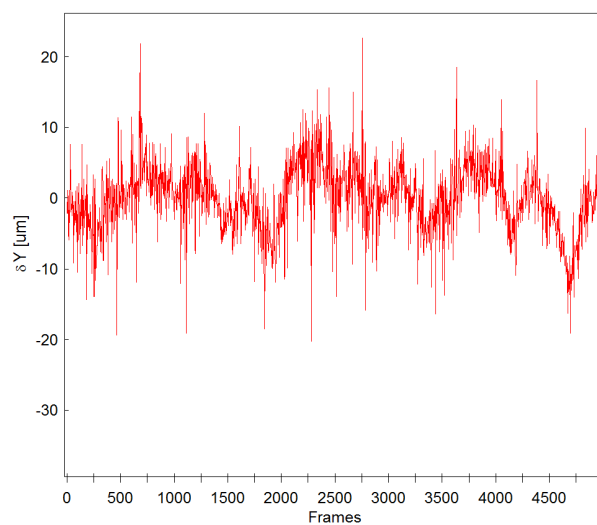
### Vplyv mechanických turbulencií

Vplyv mechanických turbulencií spôsobil už väčšie vychýlenie ako za normálnych podmienok bez turbulencií.



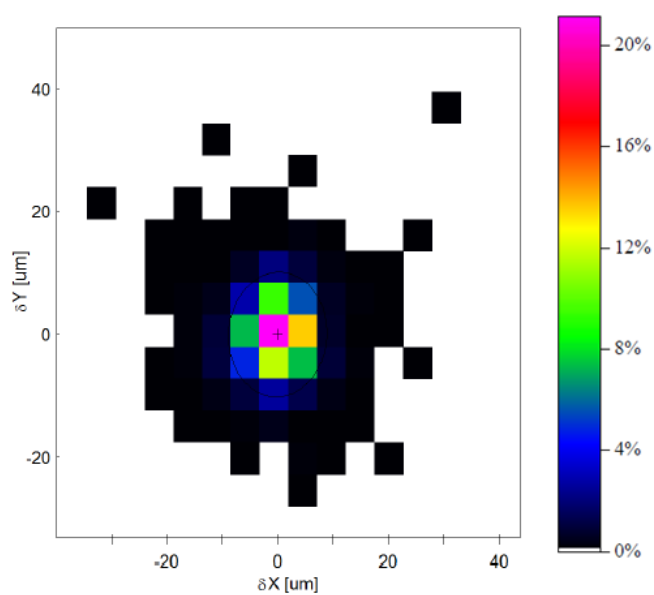
Obr. 7.76: Vplyv mechanických turbulencií osa X

## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ



Obr. 7.77: Vplyv mechanických turbulencií osa Y

Z obrázkov 7.76 a 7.77 je vidieť, že dochádzalo k vychýľovaniu zväzku v rozmedzí od -10 do 10  $\mu m$ . Stále je však vychýlenie len v jednotkách  $\mu m$ .



Obr. 7.78: Percentuálne vyjadrenie vychýlenia zväzku

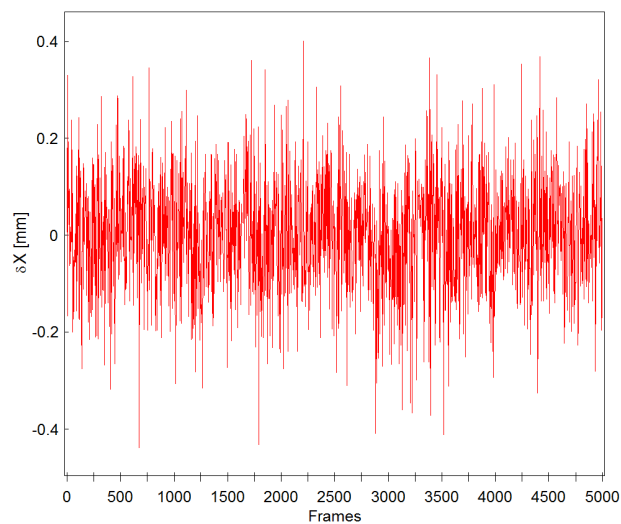
Na obrázku 7.78 je taktiež vidieť percentuálne vychýlenie zväzku do rôznych pixelov kamery. Vidíme že toto vychýlenie je väčšie ako v predošlom prípade.

Počet meraní	Smerodajná odchýlka X [ $\mu\text{m}$ ]	Smerodajná odchýlka Y [ $\mu\text{m}$ ]
1	3.09	5.38
2	4.041	4.515
3	4.398	5.579
4	4.412	5.263
5	4.869	5.457
6	4.445	5.082
7	4.782	5.168
8	4.459	5.465
9	4.67	5.923
10	5.057	5.641
<b>Priemer</b>	4.4223	5.3473
<b>Medián</b>	4.452	5.4185
<b>Rozptyl</b>	0.301	0.144
<b>Smerodajná odchýlka</b>	0.54	0.38

Tabuľka 7.17: Smerodajné odchýlky mechanických turbulencií a ich zhodnotenie

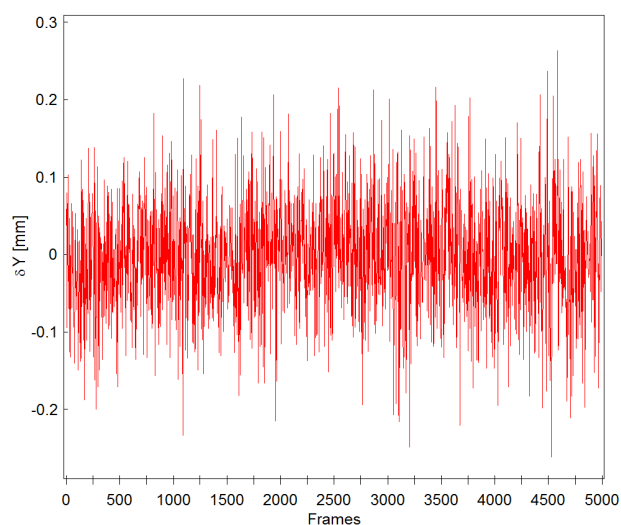
### Vplyv termických turbulencií

Pri termických turbulenciách dochádzalo k veľkým zmenám indexu lomu a v dôsledku toho aj narušovaniu a k vychýleniu gaussovského zväzku.



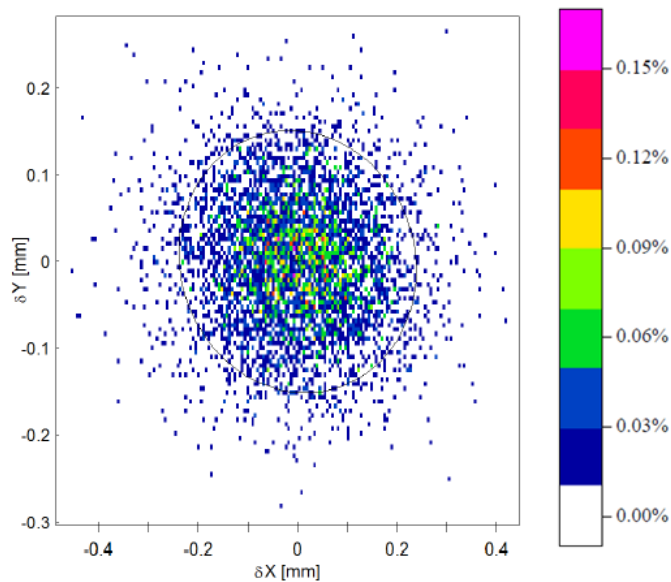
Obr. 7.79: Vplyv termických turbulencií osa X

## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ



Obr. 7.80: Vplyv termických turbulencií osa Y

Z obrázkov 7.79 a 7.80 si môžeme všimnúť, že došlo k vychýleniu zväzku nie v jednotkách  $\mu m$  ako tomu bolo v predošlom prípade, ale v jednotkách  $mm$ , konkrétne v rozmedzí od  $-0.1$  do  $0.1$   $mm$ .



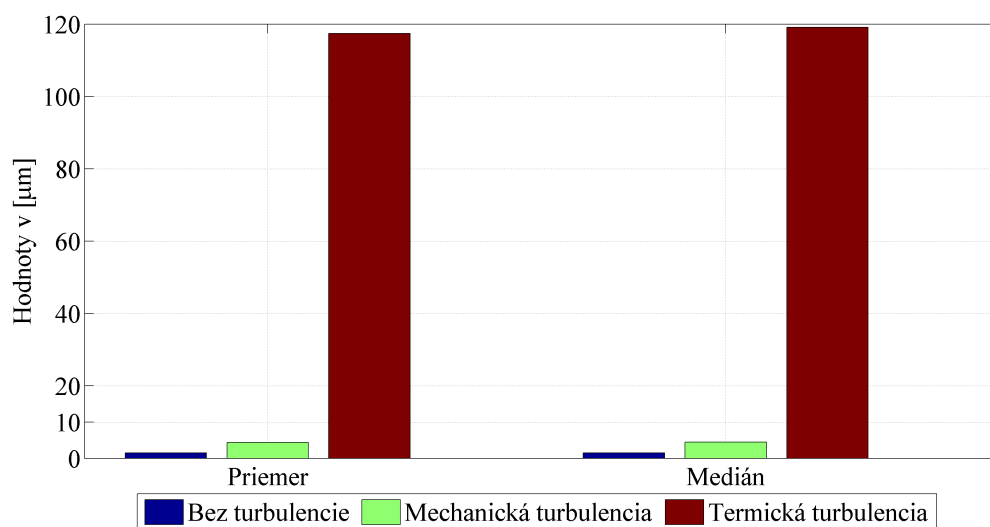
Obr. 7.81: Percentuálne vyjadrenie vychýlenia zväzku

## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ

Počet meraní	Smerodajná odchýlka X [ $\mu\text{m}$ ]	Smerodajná odchýlka Y [ $\mu\text{m}$ ]
1	105.1	84.31
2	111.9	73.04
3	116.7	73.91
4	121.6	77.15
5	122.8	74.82
6	119.5	75.48
7	120.4	75.13
8	118	76.84
9	118.7	75.9
10	119.6	75.68
<b>Priemer</b>	117.43	76.226
<b>Medián</b>	119.1	75.58
<b>Rozptyl</b>	27.68	9.58
<b>Smerodajná odchýlka</b>	5.26	3.09

Tabuľka 7.18: Smerodajné odchýlky termických turbulencií a ich zhodnotenie

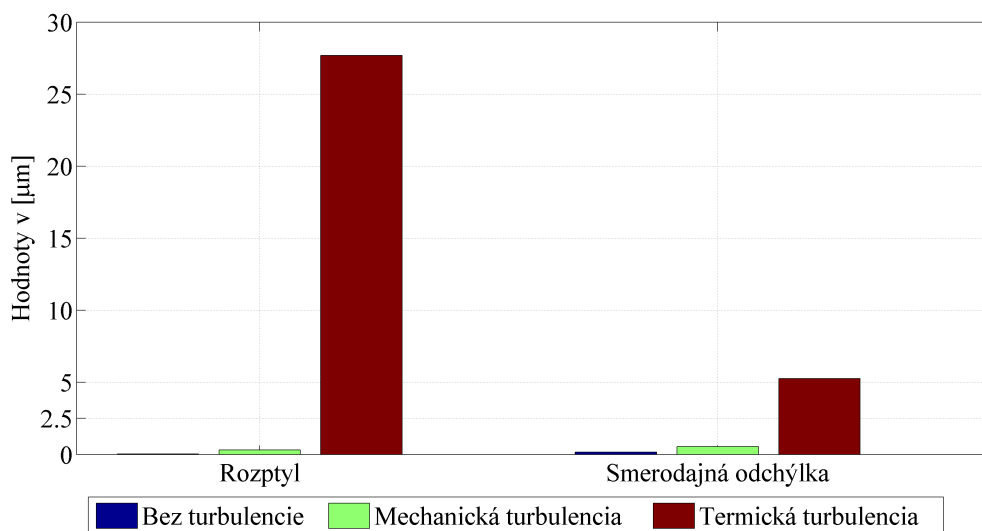
### Štatistické zhodnotenie



Obr. 7.82: Priemer a Medián osa X

Z grafov je jasne viditeľný vplyv turbulencií na gaussovský zväzok. Čím je väčšia smerodajná odchýlka, tým dochádza aj k väčšiemu odklonu od strednej hodnoty meraných





Obr. 7.83: Rozptyl a Smerodajná odchýlka osa X

dát. Preto môžeme s určitosťou povedať že najväčší odklon od strednej hodnoty mala termická turbulencia a teda má aj najväčší vplyv na vychýlenie gaussovského zväzku.

Grafické vyhodnotenie osi Y sa nachádza v Prílohe H. Jednotlivé grafy z meraní pri vlnovej dĺžke 650 a 850 nm sú uložené v elektronickej prílohe na DVD.

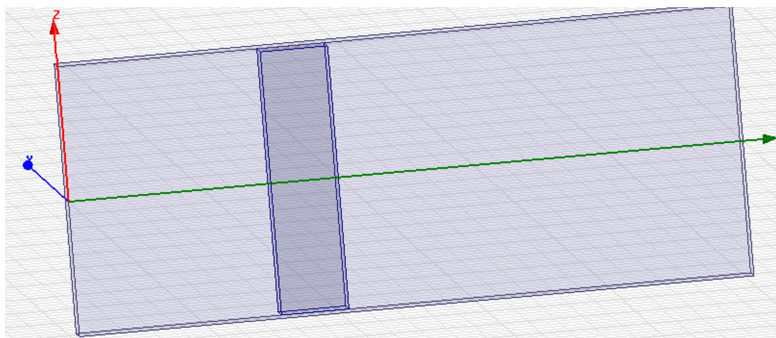
### 7.3.2 Simulácia gaussovského zväzku v programe HFSS

Program Ansys HFSS predstavuje výpočtový software pre riešenie elektromagnetického poľa v ľubovoľných 3D modeloch a jeho vyžarovanie do priestoru. Je vhodný pre modelovanie vysokofrekvenčných elektromagnetických zariadení. Je založený na metóde konečných prvkov *FEM* (finite element method). Program HFSS je veľmi náročný na výpočet a dochádza k rýchlemu zaplneniu ram pamäte. Preto jednotlivé modely nemajú skutočné rozmery boxu ale sú prevedené do mikrometrovej mierky.

#### 7.3.2.1 Postup simulácie

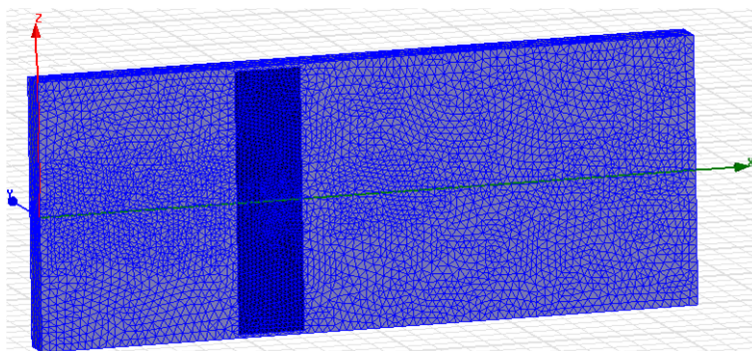
Na začiatku každej simulácie musí byť vytvorený geometrický model, na ktorom chceme uskutočniť dané simulácie. Bol vytvorený box (pomocou 3D nástrojov, ktorý predstavoval okolité prostredie, teda vzduch a do neho bol vložený ďalší box ktorý predstavuje plexisklo alebo sklo. Je na výber veľké množstvo materiálov a dá sa taktiež vytvoriť aj vlastný materiál ak poznáme jeho permitivitu a permeabilitu. Následne bol box rozdelený metódou *split* na dve časti. Toto rozdelenie vzniklo v dôsledku toho aby program nemusel zbytočne počítať obidve časti boxu, keďže sú symetrické a taktiež nám vznikne rovina stredom boxu, ktorá sa bude následne vyhodnocovať.

Výpočtová geometrická sieť sa vytvára samostatne, program si ju pri spustení sám navrhne a vypočíta. Po vytvorení geometrického modelu sa musia nastaviť okrajové pod-



Obr. 7.84: Box s plexisklom

mienky. Na rozdelenú časť boxu bola aplikovaná podmienka *symmetry* a na jeho všetky strany potom podmienka *radiation* kde je označené pole *Incident Field*. To nám zaručí že EM vlna sa bude šíriť voľne stenami boxu.



Obr. 7.85: Sieť

Ďalej musí byť nastavený zdroj žiarenia. V našom prípade sa jedná o Gaussovský zväzok. Dôležité je u zdroja nastaviť jeho umiestnenie v priestore, taktiež vektor smeru šírenia a vektor elektrického poľa. Nakoniec sa nastaví pološírka zväzku.

Po nastavení zdroja žiarenia dôjde k nastaveniu simulačnej úlohy, kde sa definuje iba vlnová dĺžka. Následne sa skontroluje celý model tlačítkom *Validate* a ak nedošlo k chybe, spustí sa simulačná úloha ikonou *Analyze*.

### 7.3.2.2 Prechod gaussovského zväzku cez plexisklo a sklo

Boli vypočítané dva modely. Prvý znázorňuje prechod svetla cez plexisklo a druhý cez sklo. Pološírka zväzku bola nastavená na  $0.003\text{ mm}$  a frekvencia na  $193\text{ THz}$  čo odpovedá vlnovej dĺžke  $1550\text{ nm}$ .

Prechod Gaussovského zväzku cez rôzne prostredia je závislý na indexe lomu. Ten udáva pomer rýchlosti svetla vo vákuu k rýchlosti svetla v danom prostredí. Keďže má sklo väčší index lomu než plexisklo, dôjde k väčšiemu spomaľovaniu rýchlosti šírenia

## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ

ako u plexiskla. Rýchlosť šírenia v materiálu môže byť vypočítaná pomocou permitivity a permeability materiálu podľa literatúry [2] následovne:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \mu_0 \cdot \mu_r}}, \quad (7.21)$$

kde  $\varepsilon_0$  je permitivita vákua  $8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$ ,  $\varepsilon_r$  je relatívna permitivita prostredia,  $\mu_0$  predstavuje permeabilitu vákua  $4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$  a  $\mu_r$  je relatívna permeabilita prostredia.

Potom index lomu prostredia určíme ako:

$$n = \frac{c_0}{c}, \quad (7.22)$$

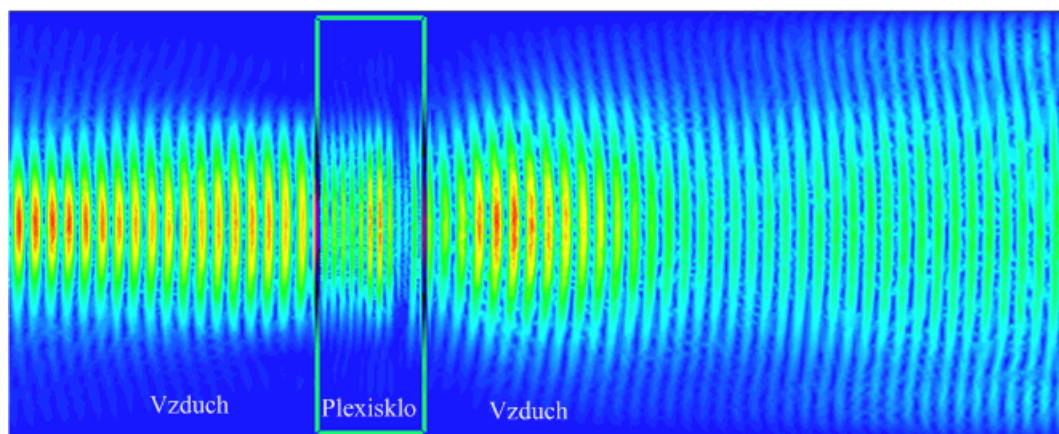
kde  $c_0$  je rýchlosť svetla vo vaku a  $c$  je rýchlosť svetla v prostredí.

Jednotlivé hodnoty permeability a permitivity materiálu s programu HFSS sú umiestnené v tabuľke 7.19

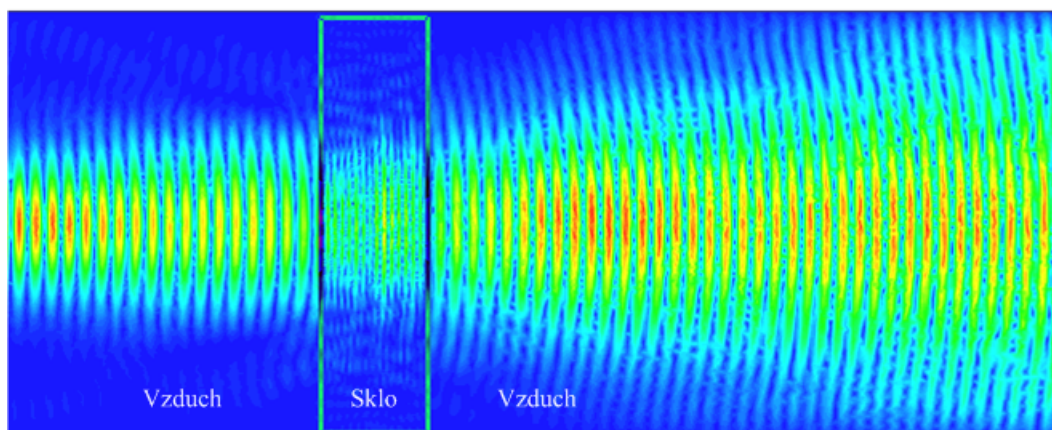
Materiál	Relatívna permitivita	Relatívna permeabilita
Sklo	5.5	1
Plexisklo	3.4	1
Vzduch	1.0006	1.0000004

Tabuľka 7.19: Jednotlivé permitivity a permeability materiálov v programe HFSS

Podľa vzorcov 7.21 a 7.22 bol vypočítaný index lomu pre sklo  $n = 2.34$  a pre plexisklo  $n = 1.84$ .



Obr. 7.86: Prechod Gaussovského zväzku cez plexisklo



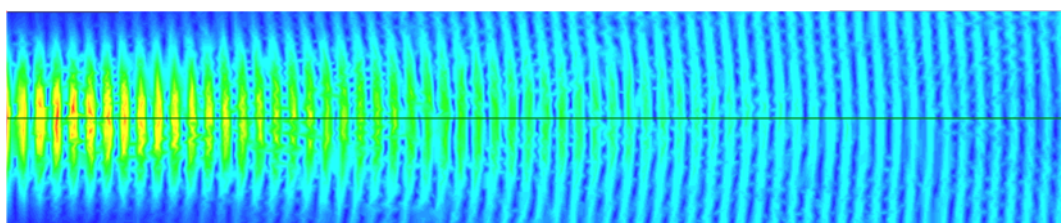
Obr. 7.87: Prechod Gaussovského zväzku cez sklo

Na obrázkoch 7.86 a 7.87 je vidieť prechod cez sklo a plexisklo. V prípade prechodu cez sklo dochádza k väčšiemu spomaleniu rýchlosti šírenia než v prípade prechodu cez plexisklo. Je to spôsobené rozdielnou hodnotou indexu lomu prostredia.

### 7.3.2.3 Prechod Gaussovského zväzku cez 2 plexisklá

Cieľom tejto podkapitoly bolo nasimulovať prechod Gaussovského zväzku prostredím boxu. Preto bol vytvorený priestor vzduchu, v ktorom sú umiestnené dve plexisklá. Simulácie boli nastavené na frekvenciu  $190\text{ THz}$  a  $352,69\text{ THz}$ .

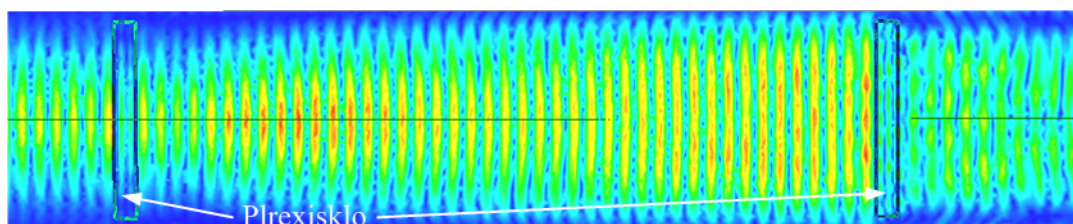
Na obrázku 7.88 je vidieť prechod Gaussovského zväzku voľným prostredím (vzduchom). Nedochádza k spomaľovaniu rýchlosti šírenia. Vlnová dĺžka bola nastavená na  $1550\text{ nm}$ .



Obr. 7.88: Prechod Gaussovského zväzku cez vzduch pri  $193\text{ THz} = 1550\text{ nm}$

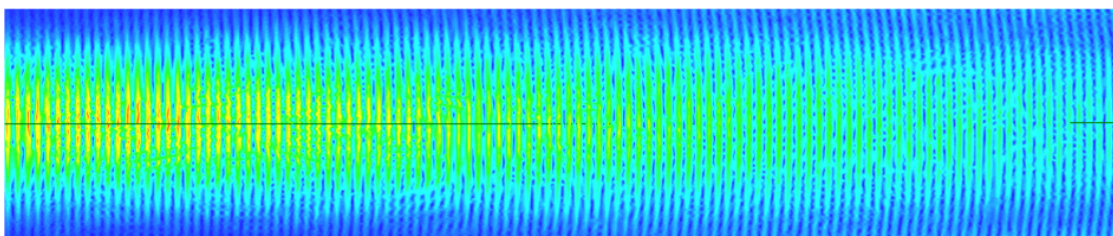
Obrázok 7.89 znázorňuje prechod dvoma plexisklami, kde je vidno prechod cez plexisklo kde došlo k spomaleniu rýchlosti šírenia zväzku a následne prechod do vzduchu.

## 7 PRAKTICKÁ ČASŤ

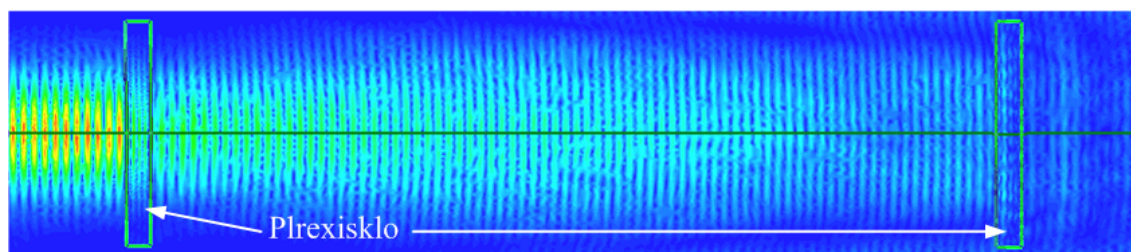


Obr. 7.89: Prechod Gaussovského zväzku cez 2 plexisklá pri 193 THz = 1550 nm

Taktiež bola vytvorená simulácie pre vlnovú dĺžku 850 nm. Obrázok 7.90 znázorňuje prechod gaussovskeho zväzku vzduchom a obrázok 7.91 znázorňuje prechod cez dve plexisklá.



Obr. 7.90: Prechod Gaussovského zväzku cez vzduch pri 352.69 THz = 850 nm



Obr. 7.91: Prechod Gaussovského zväzku cez 2 plexisklá pri 352.69 THz = 850 nm



## 8 Záver

Táto diplomová práca sa zaoberá problematikou vplyvu atmosferických turbulencií na šírenie optického zväzku atmosférou a následne numerickým modelovaním turbulencií. Bolo potrebné naštudovať problematiku turbulentného prúdenia v atmosfére. Na začiatku praktickej časti boli merané a simulované mechanické turbulencie v laboratórnom boxe. Meranie prebiehalo v deviatich vertikálnych rovinách a v 9 hladinách, ktoré boli od seba vzdialené 5 cm. Celkovo potom dostaneme 4131 meracích bodov. Pretože vzduch prúdi v danom bode z viacerých strán bolo potrebné uskutočniť meranie v troch osách na seba kolmých. Výsledné hodnoty boli z troch smerov prúdenia dosadené do rovnice a výpočtom sme dostali výslednú hodnotu rýchlosti prúdenia vzduchu v danom bode. Následne boli výsledky spracované a zobrazené v programe Matlab R2014a. V programe Ansys Fluent 15 bol vytvorený geometrický model laboratórneho boxu, bola nastavená výpočtová sieť, nastavili sa okrajové podmienky a boli spustené simulácie piatich modelov. Hodnoty zo simulácií boli získané z rovnakých rovín ako prebiehalo meranie a následne štatisticky zhodnotené metódou MSE - stredná kvadratická chyba a NSE - Nash-Sutcliffe koeficient. Postupne došlo k zhodnoteniu jednotlivých vybraných rovín. Z celkového hľadiska sa najviac k reálnym hodnotám približoval model  $k - \omega$  Standard. Ďalšie dva modely, ktoré mali tiež veľkú zhodu s reálnymi hodnotami boli modely  $k - \varepsilon$  RNG a  $k - \omega$  SST. Bolo zistené, že ak uvažujeme o prúdení blízko steny je lepšie použiť model  $k - \omega$  Standard a ak ďalej od steny tak  $k - \varepsilon$  RNG.

V ďalšej časti došlo k meraniu termických, čiže teplotných turbulencií. Box bol otočený hore nohami, z dola boli pridané štyri teplotné ohrievače, z ktorých prúdil teplý vzduch do boxu. Meranie prebiehalo pomocou 24 teplotných čidiel, ktoré boli od seba vzdialené 2 cm. Tie boli prepojené s počítačom. Taktiež došlo k premeraniu 9 rovín ale už po 24 hladinách. Výsledky boli následne vyhodnotené a spracované v programe Matlab. Prišlo sa nato, že najvyššia teplota bola dosiahnutá tesne nad teplotnými ohrievačmi a najnižšia v oblasti ventilátorov, ktoré vysávali teplý vzduch z boxu von. Taktiež bol vytvorený v programe Ansys Fluent 15 geometrický model, potom jeho výpočtová sieť a následne boli nastavené okrajové podmienky. Výpočtovú sieť už bolo potrebné v určitých miestach ako sú vstupy ohrievačov do boxu alebo výstupy ventilátorov upraviť, čiže zmeniť veľkosť jej elementov. Čím je veľkosť jednotlivých elementov menšia, tým je výpočet náročnejší ale aj presnejší. Bolo vypočítaných mnoho variant prúdenia s prestupom tepla, ale ani jeden model sa nepodarilo nasimulovať tak, aby úplne odpovedal reálnym hodnotám. Simulovaná teplota dosahovala v určitých miestach aj o 15°C viac ako reálne hodnoty.

Posledná časť práce sa zaoberá meraniami a simuláciou Gaussovského zväzku. Bol skúmaný vplyv mechanických aj termických turbulencií na vychýľovanie Gaussovského zväzku. Na jednu stranu boxu bol pridaný svetelný zdroj, ktorého svetelný lúč prechádzal stredom boxu a následne dopadal na špeciálnu kameru na meranie vychýľovania zväzku. Kamera zaznamenávala celkovo 5000 snímkov počas každého merania. Týchto meraní bolo 10. Následne boli výsledky z merania spracované a vyhodnotené. Bolo zistené, že mechanické turbulencie neovplyvňujú vychýlenie zväzku tak veľmi ako termické. U mechanických turbulencií nastal posun zväzku v rozmedzí od -10  $\mu m$ , až 10  $\mu m$  pričom u termických turbulencií bol posun v milimetrovej mierke. V rozmedzí od -0.1 mm do

0.1 mm. Z toho vyplýva, že termické turbulencie majú veľký vplyv na vychýľovanie Gaussovského zväzku a taktiež na prenos informácie. Pri veľkých vzdialenostiach to môže byť problém. Nevýhodou tohoto merania je nestabilita celého systému. Merania museli prebiehať hlavne v neskorších hodinách, pretože aj pohyb ľudí v budove spôsoboval otrasy a preto dochádzalo aj k vychýľovaniu zväzku bez turbulencií. Vo večerných hodinách boli tieto otrasy zredukované na minimum.

V závere práce sú v programe HFSS vytvorené simulácie pri prechode Gaussovského zväzku sklom a plexisklom. Jednotlivé rozmery daných modelov museli byť vytvorené v mikrometrovej mierke, pretože program HFSS je veľmi náročný na výpočtový výkon a dochádza k častému zaplneniu pamäte RAM. Boli vytvorené modely taktiež pre prechod dvoma plexisklami, ktoré mali simulovať prechod zväzku boxom. Pri prechode optického zväzku rôznymi priestormi hrá veľkú úlohu index lomu. Ten udáva pomer rýchlosti šírenia svetla vo vákuu k rýchlosti svetla v prostredí. Zo simulácií je vidieť, že pri prechode cez sklo dochádza k väčšiemu spomaľovaniu rýchlosti šírenia zväzku než u plexiskla. Je to spôsobené zmenou indexu lomu v prostredí. Nasimulované boli celkovo dve vlnové dĺžky, a to 1550 nm a 850 nm.

Hlavným prínosom diplomovej práce je zistenie, že je možné simulovať problematiku mechanických turbulencií s dostatočnou presnosťou. Jednotlivé simulácie priniesli lepší pohľad na problematiku modelovania termických a mechanických turbulencií. Bolo overené, že modely simulácií  $k - \omega$  Standard a  $k - \varepsilon$  RNG sa približujú reálnym hodnotám prúdenia s dostatočnou presnosťou, a preto ich je možné v praxi plne využiť. Taktiež došlo k zisteniu ako veľmi jednotlivé turbulencie ovplyvňujú optický zväzok, čo taktiež prispelo k problematike atmosferických turbulencií.

### 9 Literatúra

- [1] SALEH, Bahaa E a Malvin Carl TEICH. *Základy fotoniky*. Vyd. 1. Praha: Matfyzpress, 1994. ISBN 80-85863-00-6
- [2] MIKŠ, Antonín. *Aplikovaná optika*. Vyd. 1. V Praze: České vysoké učení technické, 2009. ISBN 978-80-01-04254-0.
- [3] Ing. VLČEK, Petr. *Modelování turbulentního proudění* České Vysoké Učení Tehcnické v Praze, Fakulta strojní, Ústav procesní a zpracovatelské techniky [online]. Dostupné z: <http://chps.fsid.cvut.cz/pt/2013/pdf/3509.pdf>
- [4] RAMIREZ-INIGUEZ, Roberto, Sevia M IDRUS a Ziran SUN, *Optical wireless communications: IR for wireless connectivity*. Boca Raton: CRC Press, 2008. ISBN 0849372097
- [5] BASS, Michael and Virendra N. MAHAJAN, *Handbook of optics: Atmospheric Optics, Modulators, Fiber Optics, X-Ray and Neutron Optics*. , 3rd ed. New York: McGraw-Hill, 2010. ISBN 978-0-07-163313-0.
- [6] Nasa, *Goddard Earth Sciences Data and Information Services Center*, [online]. [cit. 2015-03-12]. Dostupné z: <http://disc.sci.gsfc.nasa.gov/ozone>
- [7] PIDWIRNY, Michael. *Atmosphere layers*, [online]. 2010. Dostupné z: <http://www.eoearth.org/view/article/150295/>
- [8] WILLEBRAND, Heinz a Baksheesh S GHUMAN. *Free space optics: enabling optical connectivity in today's networks*. Indianapolis, Ind.: SAMS. 2002. ISBN 067232248x.
- [9] NABOULSI, Al, H. SIZUN and F. FORNEL. *Propagation of optical and infrared waves in the atmosphere*. New Delhi: URSI, 2005. 4 p. Dostupné z: <http://www.ursi.org/Proceedings/ProcGA05/pdf/F01P.7%2801729%29.pdf> .
- [10] BOUCHET, Olivier. *Free-space optics: propagation and communication*. Newport Beach, CA: ISTE, 2006, 219 p. ISBN 9781905209026.
- [11] BRÁZDA, Vladimír. *Šíření optického signálu v atmosféře*. 2011. Diplomová práce. Univerzita Pardubice. Vedoucí práce doc. ING. Ondřej Fišer, CSc.
- [12] KOZUBKOVÁ, M. *Modelování proudění tekutin: FLUENT, CFX*. 1. vyd. Ostrava: Vysoká škola báňská – Technická Univerzita Ostrava, 2008.
- [13] BLEJCHŘ Tomáš. *Turbulence Modelování proudění - CFX*, 1. vyd. Ostrava: Vysoká škola báňská – Technická Univerzita Ostrava, 2010. 262 s. ISBN 978 - 80 - 248 - 2606 - 6.
- [14] ANDREWS, Larry C. and Ronald L. PHILLIPS *Laser beam propagation through random media*. 2nd ed. Bellingham, Wash.: SPIE Press, 2005. ISBN 0819459488.
- [15] ANSYS *Fluent: Determining Turbulence Parameters*. [online]. [cit. 2015-04-25]. Dostupné z: <https://www.sharcnet.ca/Software/Fluent6/html/ug/node217.htm>



- [16] CÍSAŘ, David. *Vliv atmosféryckých turbulencí na intenzitní profil laserového svazku*. Brno, 2009. Bakalárska práca. Vysoké učení technické v Brne. Vedoucí práce Ing. LUCIE DORDOVÁ.
- [17] HÁJEK, Lukáš. *Modelování vlivů okolního prostředí na optický svazek v prostoru*. 2013. Diplomová práca. VŠB-Technická univerzita Ostrava. Vedoucí práce Ing. Ján Látal.
- [18] AUBRECHT, Ondřej. *Studium profilu strukturního parametru indexu lomu v atmosféře*. Dostupné z: [https://www.vutbr.cz/www\\_base/zav\\_prace\\_soubor\\_ve-rejne.php?file\\_id=51875](https://www.vutbr.cz/www_base/zav_prace_soubor_ve-rejne.php?file_id=51875). Diplomová práca. Vysoké učení technické v Brně. Vedoucí práce Ing. Lucie Hudcová, Ph.D.

## 10 Prílohy

### Zoznam príloh

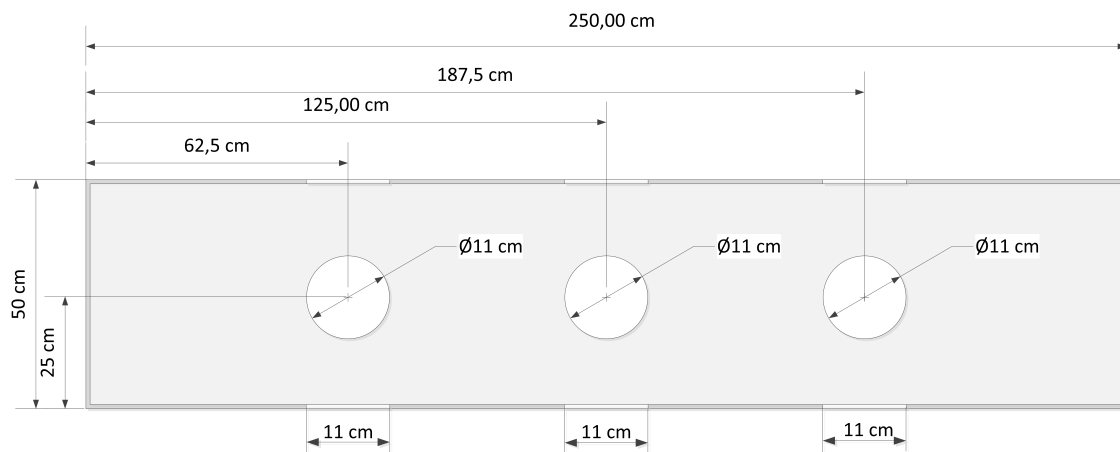
Príloha A	Príloha: Schéma laboratórneho boxu . . . . .	I
Príloha B	Príloha: Meranie mechanických turbulencií . . . . .	II
Príloha C	Príloha: Anemometer na meracej platforme . . . . .	III
Príloha D	Príloha: Rýchlosti prúdenia vzduchu v rovinách YZ2 a YZ3 . . . . .	IV
Príloha E	Príloha: Meranie termických turbulencií . . . . .	V
Príloha F	Príloha: Teplotné čidla s konštrukciou . . . . .	VI
Príloha G	Príloha: Teplotné ventilátory (ohrievače vzduchu) . . . . .	VII
Príloha H	Príloha: Vyhodnotenie osy Y . . . . .	VIII
Príloha I	Príloha: Kamera . . . . .	IX
Príloha J	Príloha: Hélium-neón laser 632 nm . . . . .	X

Súčasťou diplomovej práce je DVD.

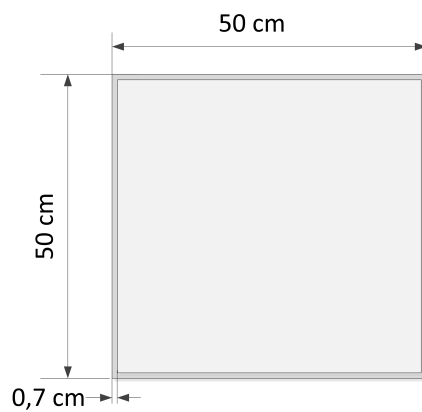
Adresárová štruktúra priloženého DVD:

- Adresár\_ dáta - obsahuje reálne namerané dáta a simulované hodnoty.
- Adresár\_ termokamera - obsahuje fotky boxu ktoré sú fotené termokamerou.
- Adresár\_ Gaussovský\_ zväzok - obsahuje grafy pre vlnové dĺžky 850 a 650 nm.
- Adresár\_ grafy\_ rovín - obsahuje jednotlivé grafy rovín.
- Adreár\_ technická\_ dokumentácia - obsahuje technickú dokumentáciu k použitým prístrojom.

## A Príloha: Schéma laboratórneho boxu



Obr. 10.1: Laboratórny box



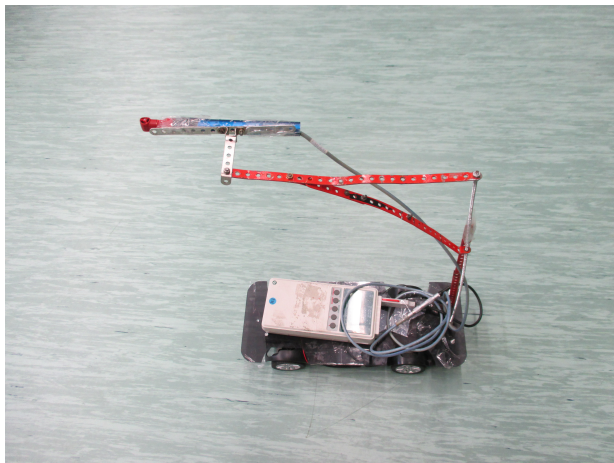
Obr. 10.2: Laboratórny box

## B Príloha: Meranie mechanických turbulencií



Obr. 10.3: Box mechanických turbulencií

## C Príloha: Anemometer na meracej platforme



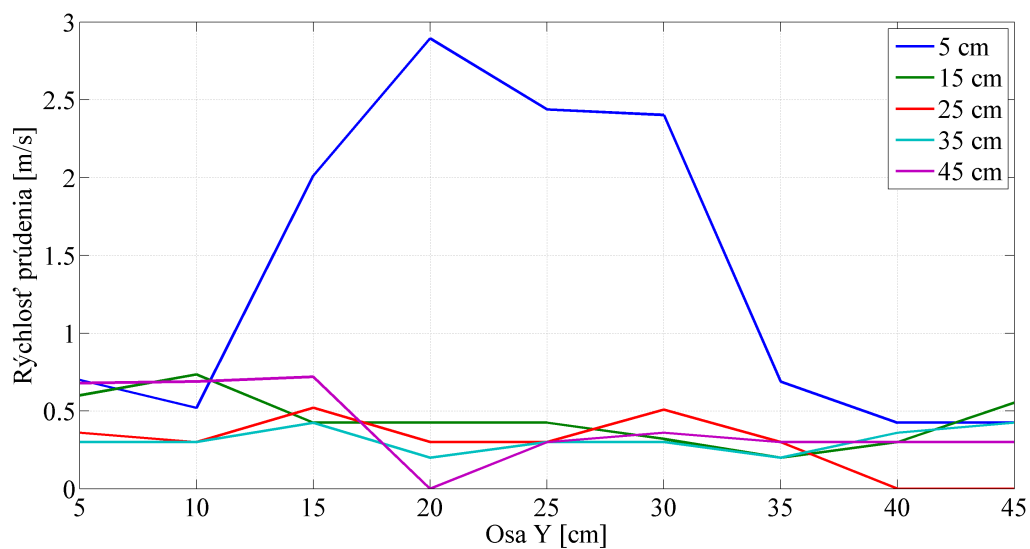
Obr. 10.4: Anemometer na meracej platforme



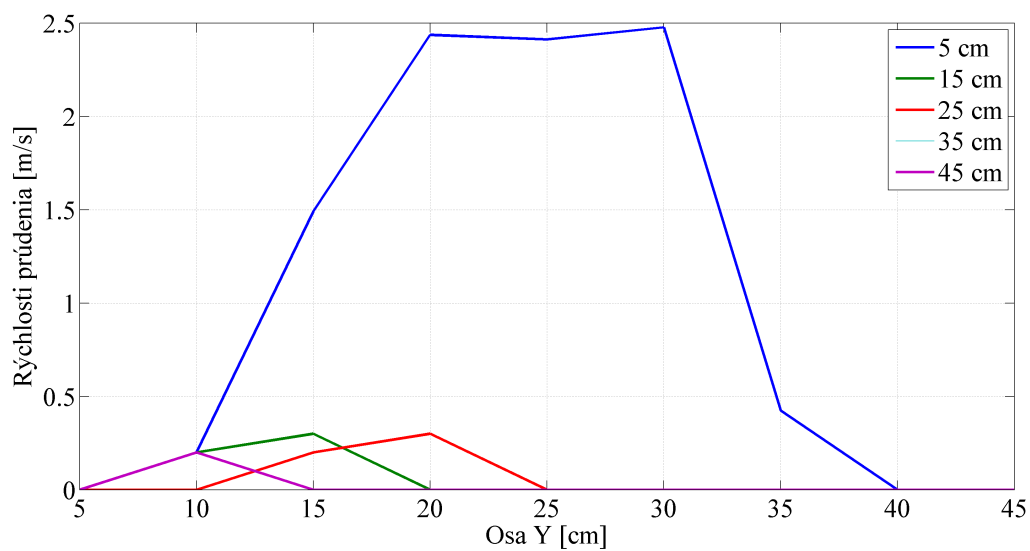
Obr. 10.5: Anemometer na meracej platforme

Technická dokumentácia je uvedená v elektronickej prílohe na DVD.

## D Príloha: Rýchlosti prúdenia vzduchu v rovinách YZ2 a YZ3



Obr. 10.6: Rýchlosti prúdenia vzduchu v rovine YZ2



Obr. 10.7: Rýchlosti prúdenia vzduchu v rovine YZ3

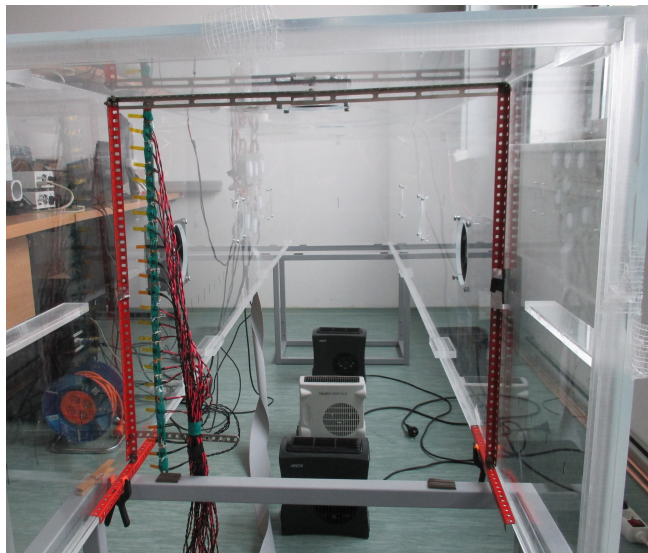
## E Príloha: Meranie termických turbulencií



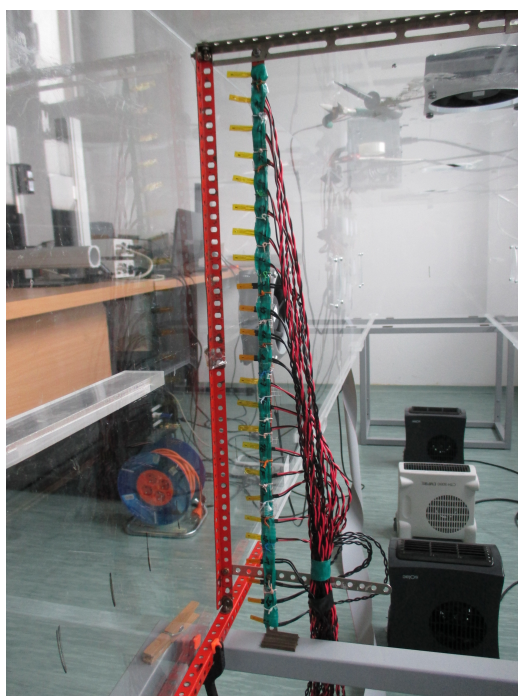
Obr. 10.8: Box termických turbulencií



## F Príloha: Teplotné čidla s konštrukciou



Obr. 10.9: Teplotné čidla na konštrukcií



Obr. 10.10: Teplotné čidla na konštrukcií



## G Príloha: Teplotné ventilátory (ohrievače vzduchu)



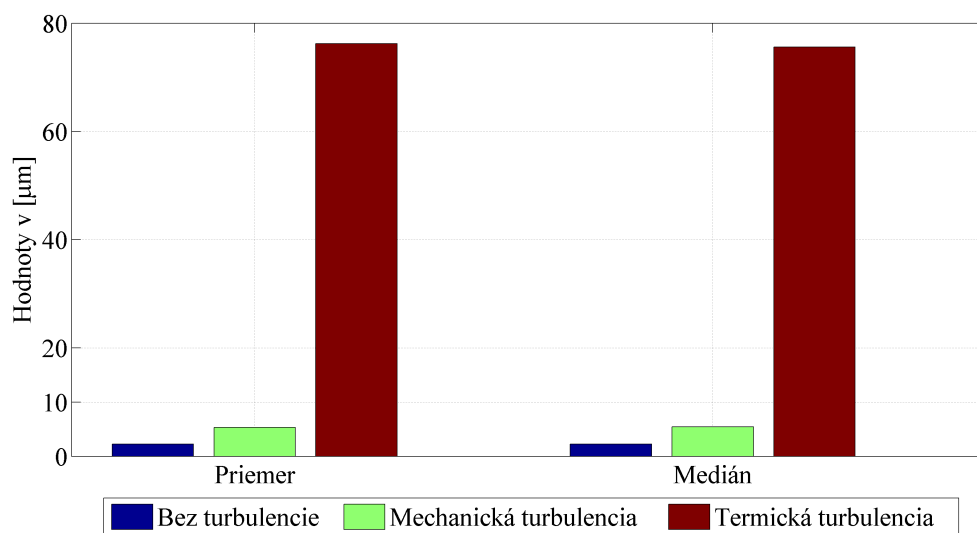
Obr. 10.11: Teplotný ventilátor CTH-5000 EMPIRE, O2, O4



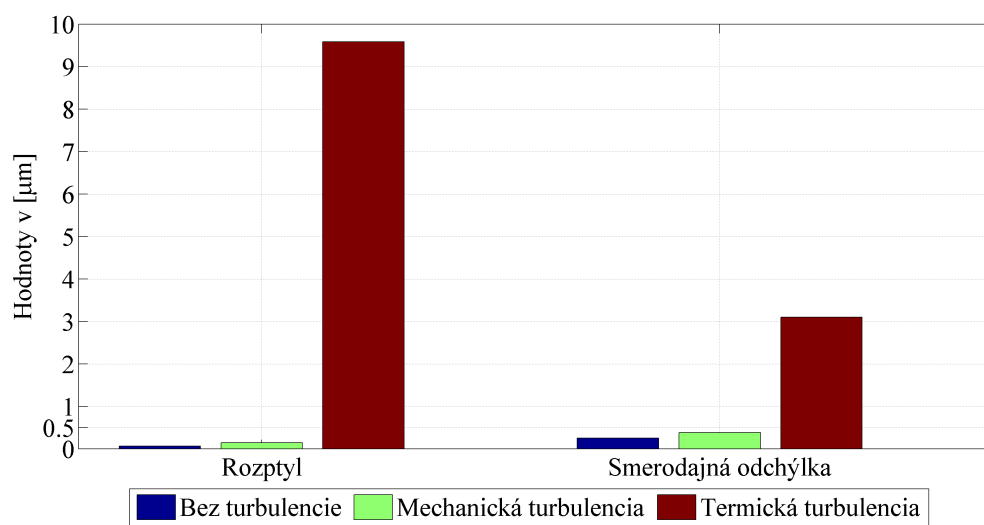
Obr. 10.12: Teplotný ventilátor Solac, O1, O3

Dokumentácia sa nachádza v elektronickej prílohe na DVD.

## H Príloha: Vyhodnotenie osy Y



Obr. 10.13: Priemer a Medián osa Y

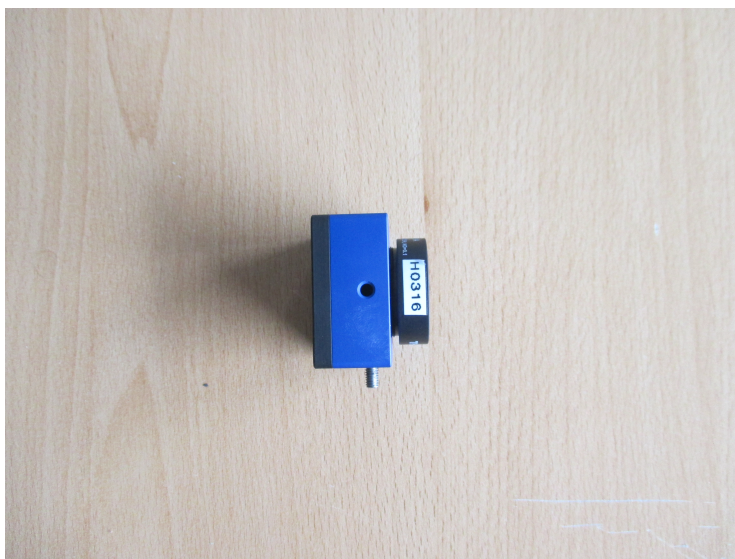


Obr. 10.14: Rozptyl a Smerodajná odchýlka osa Y

## I Príloha: Kamera



Obr. 10.15: CMOS - 1201



Obr. 10.16: CMOS - 1201

Technická dokumentácia je uvedená v elektronickej prílohe na DVD.

## J Príloha: Hélium-neón laser 632 nm



Obr. 10.17: Laser 632 nm

Technická dokumentácia je uvedená v elektronickej prílohe na DVD.